

Konzentrationsrisiken in Kredit- und Sicherheitenportfolios

Von der
Carl-Friedrich-Gauß-Fakultät
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines

Doktors der Wirtschaftswissenschaften (Dr. rer. pol.)

genehmigte Dissertation

von
Clemens Vöhringer
geboren am 06.04.1981
in Braunschweig

Eingereicht am:	26.07.2016
Disputation am:	26.10.2016
1. Referentin/Referent:	Prof. Dr. Marc Gürtler
2. Referentin/Referent:	Prof. Dr. Christian Leßmann

2017

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Finanzwirtschaft der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig und während meiner anschließenden Zeit im Risikomanagement der Volkswagen Financial Services AG sowie im Treasury der Volkswagen AG. Vorab möchte ich allen herzlich danken, die mir im Rahmen der Entstehung dieser Arbeit geholfen und somit zum erfolgreichen Abschluss beigetragen haben.

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. Marc Gürtler. Trotz der ungewöhnlich langen Entstehungszeit dieser Dissertation war er als hilfsbereiter Ansprechpartner und Ratgeber jederzeit verfügbar. Auch habe ich seine sehr motivierende Art, insbesondere in der zum Ende hin äußerst stressigen Zeit, sehr zu schätzen gelernt. Weiter möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. Christian Leßmann für die Übernahme des Korreferats bedanken.

Natürlich geht mein Dank ebenfalls an die vielen Kolleginnen und Kollegen, mit denen ich während meiner Zeit im Institut und im Anschluss bei der Volkswagen Financial Services AG bzw. der Volkswagen AG zusammengearbeitet habe. Viele fachliche Diskussionen lieferten wichtige Ideen und Anregungen, die an vielen Stellen der Arbeit eingegangen sind.

Abschließend möchte ich noch meiner äußerst kompetenten Korrekturleserin, meiner Mutter, herzlich danken. Ohne ihren unermüdlichen Einsatz und ihre hervorragenden Orthografiekenntnisse würde ich vermutlich noch aktuell meine Arbeit „final“ Korrekturlesen.

Braunschweig, im März 2017

Clemens Vöhringer

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung und Zielsetzung der Arbeit	1
1.2	Aufbau der Arbeit	3
2	Grundlagen der Kreditrisikomodellierung	5
2.1	Berechnung des erwarteten Verlustes	5
2.2	Berechnung des unerwarteten Verlustes	8
2.2.1	Verlustverteilung von Kreditportfolios	8
2.2.2	Risikomaße	9
2.2.3	Kreditrisikomodelle	12
2.2.3.1	Modelltypen	12
2.2.3.2	Unternehmenswert- und Faktor-Modelle	13
2.2.3.3	Eigenschaften des Multi-Faktor-Modells	19
2.2.3.4	ASRF-Modell	21
2.3	Aufsichtsrechtliche Vorgaben	23
3	Konzentrationsrisiken in Kreditportfolios	31
3.1	Einführung	31
3.2	Aufsichtsrechtliche Vorgaben zur Berücksichtigung von Konzentrationsrisiken	35
3.3	Adressenkonzentration	41
3.3.1	Grundlagen	41
3.3.2	Granularitätsanpassung	47
3.4	Sektorkonzentration	49
3.4.1	Grundlagen	49
3.4.2	Aufsichtsrechtlich konsistente Modellierung von Kreditrisiken unter Berücksichtigung von Sektorkonzentrationen	51
3.4.3	Multi-Faktor-Anpassung von Pykhtin	58
3.4.4	Multi-Faktor-Anpassung von Cespedes, Herrero, Kreinin und Rosen	62
3.4.4.1	Modellbeschreibung	62
3.4.4.2	Herleitung der Schätzfunktion zur Bestimmung eines Di- versifikationsfaktors	64
3.4.5	Messung von Sektorkonzentrationen	67
3.4.5.1	Risikoanalysen für deterministische Portfolios	67

3.4.5.2	Simulationsstudien für homogene und heterogene Portfoliostrukturen	71
3.5	Konzentrationen von wirtschaftlich verbundenen Unternehmen	76
3.5.1	Überblick	76
3.5.2	Kreditrisikomessung unter Berücksichtigung verbundener Kreditnehmer	79
3.5.2.1	Modellanpassungen	79
3.5.2.2	Simulation zur Messung von Ansteckungseffekten	87
3.6	Anhang zu Kapitel 3	95
3.6.1	Herleitung der Granularitätsanpassung	95
3.6.2	Ermittlung der Korrelationsparameter im Pykhtin-Modell	99
3.6.3	Herleitung der Multi-Faktor-Anpassung für den VaR	101
3.6.4	Herleitung der Multi-Faktor-Anpassung für den ES	105
3.6.5	Ergebnisse der Simulationsstudie aus Kapitel 3.5	105
4	Konzentrationsrisiken in Sicherheitenportfolios	110
4.1	Grundlagen zur Modellierung von Sicherheiten	110
4.1.1	Überblick	110
4.1.2	Modellerweiterung zur Berücksichtigung stochastischer Sicherheitenwerte	117
4.2	Analytische Berechnungsverfahren	122
4.2.1	Ein-Faktor-Ansatz nach Pykhtin/Dev	122
4.2.1.1	Modellherleitung	122
4.2.1.2	Granularitätsanpassung bei Berücksichtigung des Downturn-Effekts	125
4.2.2	Ein-Faktor-Ansatz nach Pykhtin	127
4.2.3	Analytische Risikoermittlung bei Nutzung von Multi-Faktor-Modellen	132
4.3	Messung von Sicherheitenkonzentrationen	134
4.3.1	Einleitung	134
4.3.2	Simulationsstudie zur Bewertung von Adressenkonzentrationen . . .	135
4.3.3	Simulationsstudie zur Bewertung von Sektorkonzentrationen	142
4.4	Anhang zu Kapitel 4	148
4.4.1	Berechnung der zweiten Ableitung des bedingten erwarteten Verlustes im Modell von Pykhtin/Dev	148
4.4.2	Berechnung der bedingten Varianz und deren Ableitung im Modell von Pykhtin/Dev	149
4.4.3	Berechnung des erwarteten Verlustes im Pykhtin-Modell	151
4.4.4	Berechnung des Erwartungswertes von \hat{Q} im Pykhtin-Modell	152
4.4.5	Herleitung des bedingten Verlustes im Pykhtin-Modell	153
5	Zusammenfassung und Ausblick	157

Abbildungsverzeichnis

2.1	Charakteristische Verlustverteilung eines Kreditportfolios	8
3.1	Verlustverteilung bei existierendem Klumpenrisiko	42
3.2	Ratingverteilung innerhalb der Benchmarkportfolios	53
3.3	Berechnete Diversifikationsfaktoren für 50.000 Simulationen	66
3.4	Plot der ermittelten DF-Funktion	67
3.5	Abweichung des $\text{VaR}_{99,9\%}^{mf}$ sowie des VaR^{Basel} vom $\text{ES}_{99,72\%}^{mf}$	74
3.6	Konstellationen von wirtschaftlicher Abhängigkeit innerhalb von Gruppen.	81
3.7	Beispiel einer komplexeren Abhängigkeitsstruktur bei gruppenübergreifen- den Abhängigkeiten	84
4.1	NCREIF Immobilien-Index von 2000 bis 2015	111
4.2	Vergleich zwischen $E(\text{LGD})$ und $E(Q)$ für unterschiedliche PDs	130

Tabellenverzeichnis

3.1	Regulatorische Vorgaben zur Behandlung von Konzentrationsrisiken.	39
3.2	Mindestportfoliogröße zur Vermeidung von Adressenkonzentration	45
3.3	HHI-Ermittlung für Portfolios ohne Adressenkonzentration	46
3.4	Mindestportfoliogröße zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Ver- wendung der Granularitätsanpassungsformel	49
3.5	Notwendiges Konfidenzniveau für Match zwischen ES und VaR je Portfo- lioqualität	52
3.6	Sektor-Korrelationsmatrix	56
3.7	Sektorstruktur innerhalb des deutschen Bankensystems	57
3.8	Implizite Intra-Korrelation in Abhängigkeit der Portfolioqualität	57
3.9	Modellvergleich für 5 Benchmarkportfolios anhand der absoluten und rela- tiven Fehler	68
3.10	Modellvergleich für 5 Portfolios mit hoher Sektorkonzentration anhand der absoluten und relativen Fehler	69
3.11	Modellvergleich für 5 Portfolios mit geringer Sektorkonzentration anhand der absoluten und relativen Fehler	70
3.12	Modellvergleich anhand eigener Simulationsstudie	73
3.13	Vergleich der Laufzeit je Verfahren	75
3.14	Simulationsergebnisse bei zunehmender Anzahl verbundener Kredite	91
3.15	Simulationsergebnisse bei zunehmender Anzahl verbundener Kredite und Portfoliogröße von 1000 Krediten	93
3.16	Ergebnisse bei schwacher wirtschaftlicher Abhängigkeit	107
3.17	Ergebnisse bei mittlerer wirtschaftlicher Abhängigkeit	108
3.18	Ergebnisse bei maximaler wirtschaftlicher Abhängigkeit	109
4.1	Mindestgröße homogener Portfolios zur Vermeidung von Adressenkonzen- tration bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte	137
4.2	Mindestgröße homogener Portfolios zur Vermeidung von Adressenkonzen- tration bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte und Berücksich- tigung eines Downturn-Effekts	138
4.3	Mindestportfoliogröße zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Ver- wendung der Granularitätsanpassung im Modell von Pykhtin/Dev (2002) .	138

4.4	Mindestgröße homogener Portfolios zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte, beschränkt zwischen 0% und 100%, und Berücksichtigung eines Downturn-Effekts	139
4.5	Mindestgröße homogener Portfolios zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte, Berücksichtigung eines Downturn-Effekts sowie Abhängigkeiten der unsystematischen Faktoren	141
4.6	Mindestgröße homogener Portfolios zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte, beschränkt zwischen 0% und 100%, Berücksichtigung eines Downturn-Effekts sowie Abhängigkeiten der unsystematischen Faktoren	142
4.7	Auswirkungen von Sektorkonzentrationsrisiken bei schwacher Abhängigkeit der Sicherheiten	144
4.8	Auswirkungen von Sektorkonzentrationsrisiken bei starker Abhängigkeit der Sicherheiten	145
4.9	Auswirkungen von Sektorkonzentration bei reduziertem Downturn-Effekt .	146
4.10	Bestimmung der Modellgüte	147

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

ASRF-Modell	Asymptotic Single Risk Factor Modell
b_i	Ausfallschranke eines Kredits
BaFin	Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht
BCBS	Basler Ausschuss für Bankenaufsicht
c_i	Korrelationsparameter im Multi-Faktor-Ansatz von Pykhtin
C_i	Sicherheitenwert
CDI	Kapital-Diversifikations-Index
CEBS	Ausschuss der Europäischen Aufsichtsbehörden für das Bankwesen
DF	Diversifikationsindex
$E(\cdot)$	Erwartungswert einer Zufallsvariablen
EAD	Forderungshöhe bei Ausfall
EC_i	Ökonomisches Kapital
EL	Erwarteter Verlust
ES	Expected Shortfall
ES^{ASRF}	Expected Shortfall des ASRF-Modells
ΔES	Multi-Faktor-Anpassung des ES
F	Ausfallbedrohter Forderungsbetrag
$f(\cdot)$	Dichtefunktion
G	Granularitätsanpassung
HHI	Herfindahl-Hirschman-Index
$1(\cdot)$	Indikatorvariable
IRB-Ansatz	Internal Ratings Based Ansatz
KSA	Kreditrisikostandardansatz
KWG	Kreditwesengesetz
$l(\cdot)$	bedingter erwarteter Verlust
L_i	Verlust einer Kreditnehmers
\bar{L}	Approximativer Portfolioverlust
LGD	Verlust bei Ausfall
M	Restlaufzeit
n	Anzahl der Kreditnehmer
$n(\cdot)$	Dichtefunktion der Normalverteilung
$N(\cdot)$	Verteilungsfunktion der Normalverteilung

$N^{-1}(\cdot)$	Inverse der Verteilungsfunktion der Normalverteilung
$N_2(\cdot)$	Verteilungsfunktion der bivariaten Normalverteilung
$P(\cdot)$	Wahrscheinlichkeit
$p_i(\cdot)$	bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit des Kreditnehmers i
PD	Ausfallwahrscheinlichkeit
Q_i	Verlustvariable
q_z	z%-Quantil
q_i^{LGD}	log-normalverteilte Veränderung der Verlustquote
\Re	Menge der reellen Zahlen
r_i	Unternehmensrendite
r_i^g	Unternehmensrendite eines verbundenen Unternehmens
RC	Regulatorisches Kapital
RWA	Risikogewichtete Forderungen
RW	Risikogewicht
S	Anzahl Sektoren
s_i^c	normalverteilte Wertentwicklung einer Sicherheit
$s_i^{\hat{c}}$	log-normalverteilte Wertentwicklung einer Sicherheit
UL	Unerwarteter Verlust
$v(\cdot)$	bedingte Varianz des Portfolioverlustes
var	Varianz
VaR	Value at Risk
VaR^{ASRF}	Value at Risk des ASRF-Modells
ΔVaR	Multi-Faktor-Anpassung des VaR
w_i	Exposuregewicht
X_i	Systematischer Faktor des Kreditnehmers i
\bar{X}	Systematischer Faktor im Multi-Faktor-Ansatz von Pykhtin
z	Konfidenzniveau
Z_i	standardnormalverteilter Faktor
$\alpha_{i,k}$	Faktorgewicht
$\hat{\alpha}_{i,k}$	transformiertes Faktorgewicht
β	Grad der wirtschaftlichen Abhängigkeit
$\bar{\beta}$	durchschnittliche gewichtete inter-Korrelation
ϵ_i	Unsystematischer Faktor des Kreditnehmers i
ϵ_B^g	Unsystematischer Faktor eines beherrschenden Unternehmens
ϵ^g	Unsystematischer Faktor einer Gruppe verbundener Unternehmen
φ_i	Intra-Korrelationsparameter einer Sicherheit
γ_i	Korrelationsparameter der unsystematischen Faktoren von Sicherheiten
η_i	unsystematischer Faktor einer Sicherheit
μ^C	Erwarteter Sicherheitenwert
μ^{LGD}	Erwartungswert der Verlustvariablen

ρ_i	Korrelationsparameter
ρ_{Intra}^{Imp}	Intra-Korrelationsparameter
$\hat{\rho}_i$	transformierter Korrelationsfaktor
$\rho_{i,j}^{Inter}$	Inter-Korrelationsparameter zwischen zwei Kreditnehmern
$\rho_i^{r,s}$	Korrelation Rendite des Kreditnehmers und einer Sicherheit
σ^C	Standardabweichung einer modellierten Sicherheit
σ^{LGD}	Standardabweichung der modellierten Verlustvariablen

1 Einleitung

1.1 Problemstellung und Zielsetzung der Arbeit

In den letzten 15 Jahren hat es eine rasante Entwicklung innerhalb der Kreditrisikomodellierung gegeben, welche in großem Umfang auf die Entwicklung der im Jahr 2007 in Kraft getretenen neuen Basler Eigenkapitalvorschriften (Basel II) sowie auf deren 2010 veröffentlichten Weiterentwicklungen (Basel III) zurückzuführen ist. Mit Basel II bzw. Basel III ist es Banken gestattet, interne Schätzungen zur Berechnung des notwendigen regulatorischen Eigenkapitals zu verwenden, um auf diese Weise das Kreditnehmer-individuelle Risiko einfließen zu lassen. Der hierbei aufsichtsrechtlich vorgegebene Ansatz zur Berechnung des in Rede stehenden Kapitalpuffers basiert dabei auf gewissen mathematischen Annahmen, sodass in Folge dessen eine wichtige Form von Kreditrisiken nicht messbar ist: die sogenannten Konzentrationsrisiken.¹

Diese stellen gemäß der Deutschen Bundesbank Risiken dar, „die aus einer ungleichmäßigen Verteilung der Geschäftspartner in Kredit- oder sonstigen Geschäftsbeziehungen beziehungsweise aus sektoraler oder geographischer Geschäftsschwerpunktbildung entstehen und geeignet sind, so große Verluste zu generieren, dass die Solvenz eines Institutes gefährdet sein kann“.² Daher bestand für Banken im Rahmen einer adäquaten internen Kreditrisikomessung die Notwendigkeit, den risikoerhöhenden Einfluss von potentiellen Konzentrationen innerhalb der eigenen Portfolios explizit zu berücksichtigen. In Folge der vergangenen Subprime-Krise³ und der hieraus resultierenden globalen Finanzkrise offenbarte sich jedoch eine nur als mangelhaft zu bewertende Risikovorsorge der in Rede stehenden Konzentrationsrisiken.⁴ Insbesondere der massive Verfall von Immobilienpreisen verdeutlichte hierbei anschaulich, dass Konzentrationsrisiken, neben ihres negativen Ein-

¹In der deutschsprachigen Literatur wird dabei sowohl von Konzentrationsrisiken als auch Risikokonzentrationen gesprochen, vgl. bspw. Deutsche Bundesbank (2006) sowie Kühn/Stegner (2011). Inhaltlich beschreiben beide Begriffe aber das gleiche. In der englischen Literatur hat sich hingegen der Begriff „concentration risk“ etabliert, vgl. Lütkebohmert (2009) und CEBS (2010).

²Vgl. Deutsche Bundesbank (2006), S. 36.

³Das Subprime-Segment beschreibt den US-Markt, auf dem in erster Linie Kreditnehmer mit nur geringer Bonität Hypotheken erwerben. Ab 2007 konnte in diesem Segment eine steigende Anzahl an Kreditausfällen infolge des gestiegenen Leitzinses beobachtet werden, was als einer der Auslöser der in Rede stehenden Krise gilt.

⁴Vgl. CEBS (2010).

flusses auf Portfolios von Kreditnehmern, darüber hinaus auch eine schädliche Wirkung auf Sicherheitenportfolios, über die Banken üblicherweise zur Risikominderung verfügen, besitzen können. Je nach Ausmaß der Abhängigkeiten zwischen Sicherheiten können daraus weitere relevante Risikotreiber resultieren, die bei einer Nichtberücksichtigung im Rahmen der Risikoquantifizierung zu einer systematischen Unterschätzung führen. Als Folge der aus der Finanzkrise gewonnenen Erkenntnisse ließ sich konsequenterweise eine deutliche Erhöhung aufsichtsrechtlicher Anforderungen bzgl. der Behandlung von Konzentrationsrisiken beobachten, um zukünftig das Auftreten vergleichbarer Entwicklungen, wie sie vor der Subprime-Krise zu beobachten waren, möglichst zu verhindern.

Die Ziele der vorliegenden Arbeit bestehen zum einen darin, eine vollumfängliche Berücksichtigung der unterschiedlichen Formen von Konzentrationsrisiken im Rahmen der Modellierung von Kreditrisiken zu ermöglichen. Hierzu wird eine Vielzahl verschiedener Ansätze präsentiert, die eine adäquate Darstellung der in Rede stehenden Risikoart ermöglicht. Durch eine sukzessive Erweiterung gängiger Kreditrisikomodelle lassen sich empirisch beobachtbare Effekte integrieren, die sich zur Modellierung der verschiedenen Konzentrationsarten als notwendig erweisen. Basierend auf diesen Ansätzen werden die potentiellen Auswirkungen bei Auftreten von Konzentrationen auf das Gesamtrisiko ermittelt und im Zuge dessen die relevanten Risikotreiber identifiziert. Insbesondere liegt neben der Modellierung von Konzentrationen, die aus einer Ungleichverteilung von Kreditnehmern innerhalb eines Kreditportfolios resultieren, der Fokus auf der Modellierung von potentiellen Sicherheitenkonzentrationen. Der Übergang von deterministischen zu stochastischen Verlusten, unter Berücksichtigung möglicher Abhängigkeitsbeziehungen von risikomindernden Sicherheitenwerten, stellt hierbei eine so in der Literatur noch nicht zu findende Vorgehensweise dar, um auf diese Weise den Einfluss von Konzentrationen zu analysieren. Überraschenderweise erweist sich die Behandlung von Sicherheitenkonzentrationen generell als ein in der Literatur noch fast vollständig unbehandeltes Themengebiet, obwohl diese Konzentrationsart bereits explizit in Basel II als relevanter Risikotreiber aufgeführt wird.⁵

Ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit besteht in der Auswahl analytischer Verfahren, die sich zur Kreditrisikoquantifizierung unter Berücksichtigung existierender Konzentrationen als geeignet erweisen. Analytische Quantifizierungsverfahren weisen grundsätzlich im Vergleich zur alternativen Risikoberechnung mittels Simulationen deutlich schnellere Laufzeiten auf, was aus Sicht der praktischen Anwendung einen enormen Vorteil darstellt. Gestützt auf selbst durchgeführten Simulationsstudien wird deren Approximationsgüte des tatsächlichen Risikos ermittelt, um eine Beurteilung der verschiedenen Ansätze durchzuführen. Ziel ist hierbei, für jede der möglichen Konzentrationsarten mindestens

⁵Vgl. BCBS (2006a), Tz. 773.

ein geeignetes analytisches Verfahren zu finden bzw. zu entwickeln, sodass die Nutzung zeitaufwendiger Simulationen vermieden werden kann. Da ferner aus Sicht einer Bank zur Beurteilung der Angemessenheit ihrer gebildeten Risikovorsorge die aufsichtsrechtlichen Mindestkapitalanforderungen eine maßgebliche Bezugsgröße darstellen, erscheint die Konsistenz aller genutzten Modellansätze zum Basel-Regelwerk als äußerst sinnvoll und wird daher im Rahmen der Parametrisierung der in dieser Arbeit verwendeten Ansätze berücksichtigt.

1.2 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit unterteilt sich in drei Kapitel, in denen alle wesentlichen Aspekte zum Thema Konzentrationsrisiken und deren Auswirkungen im Rahmen der Risikoquantifizierung behandelt werden. In Kapitel 2 werden zunächst die notwendigen Grundlagen der Kreditrisikomodellierung vorgestellt, da diese elementar für alle folgenden Risikoanalysen sind. Neben gängigen Risikokennzahlen, wie der erwartete Verlust (EL), der Value at Risk (VaR) sowie der Expected Shortfall (ES) werden Faktor-Modelle präsentiert, mittels derer alle Simulationen der Arbeit durchgeführt werden. Insbesondere lässt sich mit diesen Modellen das Ziel verwirklichen, die unterschiedlichen Arten von Konzentrationsrisiken zu berücksichtigen, da sich diese auf einfache Weise erweitern lassen. Das Kapitel endet mit einem Überblick der aufsichtsrechtlichen Anforderungen, die für im Kreditgeschäft tätige Finanzinstitute gelten.

Kapitel 3 behandelt die Messung und die Auswirkungen von Konzentrationsrisiken in Kreditportfolios. Hierzu werden in einem ersten Schritt die unterschiedlichen Arten von Konzentrationsrisiken vorgestellt, die üblicherweise in der Literatur zu finden sind. Bevor diese der Reihe nach tiefergehend analysiert und hinsichtlich ihrer Relevanz beurteilt werden, erfolgt ein Überblick der bestehenden aufsichtsrechtlichen Regelungen zur Behandlung von Konzentrationsrisiken. Da in der jüngeren Vergangenheit, seit Einführung von Basel II, eine Vielzahl an Überarbeitungen bzw. Verschärfungen der geltenden Regelungen erfolgte, wird in chronologischer Reihenfolge die Entwicklung dargestellt. Im Anschluss beginnt die Analyse der in Rede stehenden Konzentrationsrisiken bzgl. ihres risikoerhöhenden Einflusses auf das Gesamtrisiko eines Kreditportfolios. Hierbei werden sowohl Adressenkonzentrationen, Sektorkonzentrationen als auch Ansteckungseffekte hinsichtlich ihrer Wirkungsweise analysiert. Neben der jeweiligen Risikoanalyse und Beurteilung der Relevanz, wird ebenfalls für jede der drei Konzentrationsarten mindestens ein analytischer Berechnungsansatz vorgestellt.

Im Kapitel 4 wird analog zu Kapitel 3 die Messung und Auswirkungen von Konzentrati-

onsrisiken in Kreditportfolios behandelt, jedoch hier unter Berücksichtigung stochastischer Sicherheitenwerte, um zusätzliche Konzentrationsrisiken innerhalb von Sicherheitenportfolios messen zu können. Hierzu werden verschiedene Ansätze vorgestellt, die auf unterschiedlichen Verteilungsannahmen der Sicherheitenwerte beruhen und dementsprechend, je nach gewähltem Szenario, zu variierenden Risikosituationen führen können. Anhand selbst durchgeführter Simulationen werden jeweils die Auswirkungen von Adressen- sowie Sektorkonzentrationen beurteilt, wobei der Einfluss der unterschiedlichen Verteilungen im Fokus steht. Darüber hinaus wird mittels einer Simulationsstudie ein selbst entwickelter analytischer Berechnungsansatz geprüft. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung aller relevanter Ergebnisse sowie einem Ausblick in Kapitel 5.

2 Grundlagen der Kreditrisikomodellierung

2.1 Berechnung des erwarteten Verlustes

Ein im Kreditgeschäft tätiges Finanzinstitut steht in der aufsichtsrechtlichen Verantwortung, eine adäquate Kreditrisikomessung sowie Risikovorsorge durchzuführen, um zu gewährleisten, dass auch bei Eintritt von Krisenszenarien und der damit einhergehenden Häufung von Kreditausfällen der Fortbestand des Unternehmens nicht gefährdet ist. Üblicherweise erfolgt im Rahmen einer Risikoquantifizierung eine Unterscheidung in erwartete und unerwartete Verluste. Der erwartete Verlust (engl. Expected Loss, EL) beschreibt hierbei die Verlusthöhe, die unter normalen Marktbedingungen zu erwarten ist und stellt aus Sicht einer Bank die anfallenden Risikokosten infolge des betriebenen Kreditgeschäfts dar. Ein Kreditinstitut hat für seinen ermittelten EL Wertberichtigungen zu bilden, um auf diese Weise das erwartete Ausfall- und Verlustrisiko bestehender Forderungen zu berücksichtigen.⁶ Das darüber hinausgehende Verlustpotential wird durch den unerwarteten Verlust (engl. Unexpected Loss, UL) abgebildet und ist in Form von zusätzlich zu bildendem Eigenkapital zu berücksichtigen. Beginnend ab Kapitel 2.2 wird der UL genauer erläutert und es werden die zur Quantifizierung genutzten Modellansätze vorgestellt.

Um zunächst die Ermittlung des erwarteten Verlustes herzuleiten, gilt es zu definieren, wie sich grundsätzlich Verluste von Kreditnehmern berechnen lassen und welche Parameter hierfür notwendig sind. Die gängige Vorgehensweise besteht darin, dass ein Finanzinstitut seinen Kunden in einem ersten Schritt die folgenden Inputparameter zuweist:⁷

- **Ausfallwahrscheinlichkeit (engl. Probability of Default, PD)**, die PD be-

⁶Wertberichtigungen stellen hierbei indirekte Abschreibungen von ausfallgefährdeten Forderungen dar.

⁷In Deutschland besteht aktuell für Finanzinstitute die Möglichkeit, die aufgeführten Parameter mittels selbst entwickelter Prognosemodelle zu schätzen oder von der Bankenaufsicht vorgegebene Werte zu nutzen. Entscheidend ist hierbei welcher von drei zur Auswahl stehender Ansätze im Rahmen der Ermittlung der Mindestkapitalanforderungen seitens eines Finanzinstitutes gewählt wird. Ein Überblick der aufsichtsrechtlichen Vorgaben im Rahmen der Kreditrisikomessung erfolgt in Kapitel 2.3.

schreibt typischerweise die Wahrscheinlichkeit mit der ein Kreditnehmer innerhalb eines Jahres ausfällt. Gemäß des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht (engl. Basel Committee on Banking Supervision, BCBS)⁸ tritt ein Ausfallereignis ein, falls entweder ein Zahlungsverzug des Kunden von über 90 Tagen vorliegt oder aus Sicht der Bank ein Kunde mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit seinen Verpflichtungen nicht nachkommen kann, ohne dass gestellte Sicherheiten verwertet oder andere Sondermaßnahmen ergriffen werden müssen.⁹

- **Forderungshöhe bei Ausfall (engl. Exposure at default, EAD)**, der EAD gibt den Geldbetrag an, den der Kreditnehmer zum Zeitpunkt des Ausfalls der Bank schuldet. Je nach Ausgestaltung des vergebenen Kredits können für den Kreditnehmer Kreditlinien bestehen, die es im Rahmen der Parameterschätzung zu berücksichtigen gilt, da sich bei kurzfristiger Inanspruchnahme der vollständigen Kreditlinie der EAD signifikant erhöhen kann.¹⁰
- **Verlust(quote) bei Ausfall (engl. Loss (rate) given Default, LGD)**, der LGD beschreibt den Anteil am EAD, der nicht durch den Kreditnehmer nach Eintritt des Ausfalls, unter Berücksichtigung möglicher Sicherheitenverwertungen, zurückgezahlt werden kann.

Die aufgeführten Parameter ermöglichen den absoluten Verlust L_{abs} eines Kreditnehmers i als Zufallsvariable darzustellen, sodass gilt¹¹

$$L_{abs,i} = EAD_i \cdot LGD_i \cdot 1_{D_i}. \quad (2.1)$$

Zur Beschreibung des Ausfallereignisses eines Kreditnehmers i dient die Indikatorvariable 1_{D_i} , welche definiert ist als

$$1_{D_i} = \begin{cases} 0 & \text{Kreditnehmer } i \text{ ist nicht ausgefallen,} \\ 1 & \text{Kreditnehmer } i \text{ ist ausgefallen,} \end{cases} \quad (2.2)$$

⁸Der 1974 von den Zentralbanken der G10-Staaten gegründete Basler Ausschuss für Bankenaufsicht dient der Weiterentwicklung von einheitlichen Aufsichtsstandards sowie Empfehlungen für die Bankenaufsicht. Auch wenn diese keinen rechtlich bindenden Charakter besitzen, haben sich alle Mitgliedsstaaten in der offiziellen Charta des Basler Ausschusses dazu verpflichtet, die Standards auf nationaler Ebene umzusetzen, vgl. hierzu BCBS (2013a). Kritisch muss hierbei jedoch angefügt werden, dass bspw. die USA trotz der genannten Verpflichtung grundlegende Regelungen nicht in ihr nationales Recht übernommen haben.

⁹Vgl. BCBS (2006a) Tz. 452.

¹⁰Mit Hilfe des sog. Konversionsfaktors (engl. Credit Conversion Factor, CCF) werden offene Kreditlinien bei der EAD-Ermittlung berücksichtigt. Im Rahmen der weiteren Untersuchungen stehen offene Kreditlinien und somit auch die Verwendung des CCFs jedoch nicht im Fokus, da sie keinen relevanten Einfluss auf die Ergebnisse haben. Daher wird zur Beschreibung der bestehenden Forderungshöhe eines Kreditnehmers auch nur der EAD als Inputparameter verwendet.

¹¹Der Zeithorizont des berechneten Verlustes ergibt sich dabei implizit aus den Zeithorizonten der verwendeten Inputparameter. Üblicherweise wird hierbei ein Zeitraum von einem Jahr verwendet.

wobei gilt

$$PD_i = E(1_{D_i}). \quad (2.3)$$

Der Verlust des Portfolios von n Kreditnehmern ergibt sich damit als Summe aller Einzelverluste

$$L_{abs} = \sum_{i=1}^n L_{abs,i}. \quad (2.4)$$

Unter Annahme der Unabhängigkeit der Eingangsparameter EAD_i , LGD_i und 1_{D_i} berechnet sich der erwartete Verlust eines Kreditnehmers i zu

$$\begin{aligned} EL_{abs,i} &= E[L_{abs,i}] = E[EAD_i \cdot LGD_i \cdot 1_{D_i}] = E[EAD_i] \cdot E[LGD_i] \cdot E[1_{D_i}] \\ &= E[EAD_i] \cdot E[LGD_i] \cdot PD_i. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Liegen sowohl der EAD_i als auch der LGD_i als konstante Werte vor, kann die Formel weiter vereinfacht werden¹²

$$EL_{abs,i} = EAD_i \cdot LGD_i \cdot PD_i. \quad (2.6)$$

Der erwartete Portfolioverlust bei n Kreditnehmer ergibt sich somit unmittelbar als Summe aller erwarteten Einzelverluste

$$EL_{abs} = \sum_{i=1}^n EAD_i \cdot LGD_i \cdot PD_i, \quad (2.7)$$

wobei für jeden Kreditnehmer individuelle Eingangsparameter verwendet werden. Die Berechnung des erwarteten Portfolioverlustes als relative Größe ergibt sich zu

$$EL = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot PD_i, \quad (2.8)$$

mit $w_i = \frac{EAD_i}{\sum_{j=1}^n EAD_j}$, im Weiteren als das sogenannte Exposuregewicht eines Kredites bezeichnet. Diese Größe beschreibt den relativen Anteil eines Kredits im Portfolio. Analog werden der relative Verlust L_i eines Kreditnehmers i sowie der relative Portfolioverlust definiert als¹³

$$L_i = \frac{L_{abs,i}}{\sum_{j=1}^n EAD_j} = w_i \cdot LGD_i \cdot 1_{D_i}, \quad (2.9)$$

¹²Die Berücksichtigung von stochastischen LGDs sowie von Abhängigkeiten zwischen einzelnen Risikoparametern erfolgt in Kapitel 4.

¹³Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden ausschließlich relative Verlustgrößen berechnet, da dies der üblichen Vorgehensweise in der Literatur entspricht.

$$L = \sum_{i=1}^n L_i. \quad (2.10)$$

Bei Vorliegen der benötigten Inputparameter kann der EL somit auf einfache Weise berechnet werden und stellt eine standardisierte Größe dar, die aus Sicht eines Finanzinstituts die erwarteten Kosten in Folge des betriebenen Kreditgeschäfts beschreibt und in der Regel bereits in den Kreditkonditionen der Kunden eingepreist ist. Als Risikokennzahl besitzt der EL jedoch nur sehr geringe Aussagekraft, da er keine Informationen hinsichtlich möglicher Schwankungen, denen der Portfolioverlust als Zufallsvariable unterworfen ist, liefert. Diese Problematik wird im nächsten Kapitel verdeutlicht.

2.2 Berechnung des unerwarteten Verlustes

2.2.1 Verlustverteilung von Kreditportfolios

Um zu veranschaulichen, warum zur Vermeidung von Bankinsolvenzen weit über den EL hinausgehende finanzielle Reserven benötigt werden, ist in Abbildung 2.1 der charakteristische Verlauf einer Verlustverteilung eines Kreditportfolios sowie die resultierenden Risikokennzahlen dargestellt. Hervorzuheben ist hierbei die Rechtsschiefe der abgebildeten

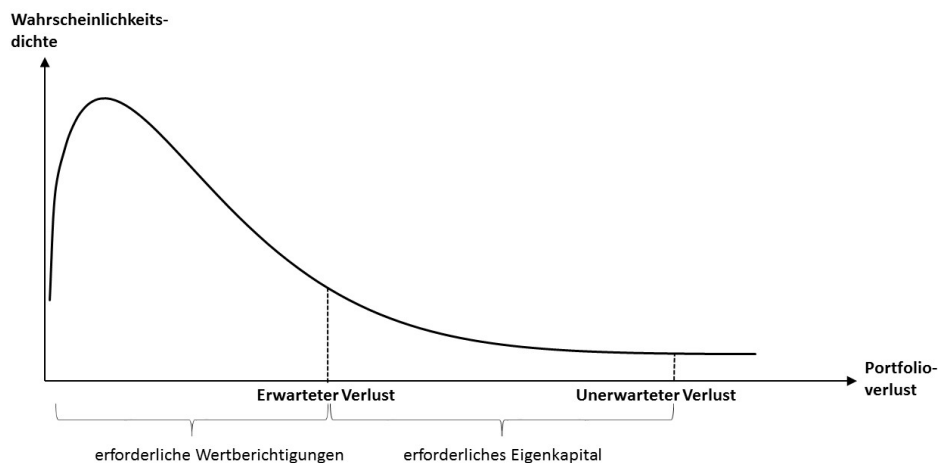


Abbildung 2.1: Charakteristische Verlustverteilung eines Kreditportfolios

Verteilung. Diese Eigenschaft beschreibt den Zusammenhang, dass einerseits mit hoher Wahrscheinlichkeit nur geringe Verluste, andererseits mit geringer Wahrscheinlichkeit je-

doch auch sehr hohe Verluste auftreten können. Je nach Schiefe der Verteilung können daher Verluste resultieren, die den EL um ein Vielfaches übertreffen. Auch wenn die Eintrittswahrscheinlichkeiten hierfür gering sind, dürfen solche Verlustereignisse im Rahmen einer angemessenen Risikovorsorge nicht ignoriert werden. Als geeignete Risikokennzahl, anhand der die notwendigen Kapitalreserven einer Bank festgemacht werden, scheidet der EL folglich aufgrund der skizzierten Problematik aus. In Abhängigkeit zur Verlustverteilung ist notwendigerweise ein den EL übersteigender Kapitalpuffer zu bilden, um die Insolvenzgefahr eines Finanzinstitutes zu verringern. Der in Rede stehende zusätzliche Kapitalbedarf wird üblicherweise auch als das ökonomische Kapital (engl. Economic Capital, EC) bezeichnet und dient dem Zweck, vor unerwarteten Verlusten zu schützen.¹⁴ Es gilt daher, dass der UL dem EC entspricht. Die Berechnung des ECs mit Hilfe von Quantilen der zugrundeliegenden Verlustverteilung q_z hat sich in der Literatur als die Standardvorgehensweise etabliert.¹⁵ Gemäß dieser Vorgehensweise gilt

$$\text{EC}_z(L) = \text{UL}_z(L) = q_z(L) - \text{EL}. \quad (2.11)$$

mit $q_z(L) = \inf(l : P(L \leq l) \geq z)$. Für ein vorgegebenes Konfidenzniveau z beschreibt hierbei das Quantil die Verlusthöhe l , die durch L mit einer Wahrscheinlichkeit von z nicht überschritten wird.

In der Literatur lassen sich durchaus unterschiedliche Definitionen der einzelnen Kennzahlen finden. Alternativ wird beispielsweise der UL auch als die Standardabweichung der Verlustverteilung ermittelt, sodass in diesem Fall UL und EC sich folglich nicht entsprechen.¹⁶ Zur Eindeutigkeit der unterschiedlichen Kennzahlen wurden daher vorab die geltenden Definitionen getroffen.

2.2.2 Risikomaße

Üblicherweise wird das zu berechnende Verlustquantil q_z in der Finanzwirtschaft auch als der „Value at Risk“ (VaR) bezeichnet, sodass gilt

$$\text{VaR}_z(L) = q_z(L). \quad (2.12)$$

Der VaR stellt ein in der Praxis risikoartenübergreifend etabliertes Risikomaß dar, dessen Akzeptanz darauf zurückzuführen ist, dass sich hiermit das Risiko auf eine intuitiv verständliche Kennzahl reduzieren lässt und eine Vergleichbarkeit von Risiken ermöglicht. In vielen Fällen lässt sich der VaR analytisch berechnen, was ebenfalls von Vorteil ist. In der

¹⁴Vgl. Tasche (2004).

¹⁵Vgl. Gupton et al. (2007), Saunders (2008) und Altman (2009).

¹⁶Vgl. bspw. Bluhm et al. (2010), S. 24 ff.

Wissenschaft erweist sich der VaR jedoch bereits seit langem als durchaus umstritten¹⁷, da dieser gegen die von Artzner et al. (1999) aufgestellten Kohärenz-Axiome verstößt. Hierbei handelt es sich um vier Eigenschaften, die ein Risikomaß R erfüllen sollte, um finanzwirtschaftlich unplausible Ergebnisse ausschließen zu können:

- **Translationsinvarianz**, $R(L + a) = R(L) + a, \forall a \in \mathbb{R}$

Dieses Axiom besagt, dass ein sicher eintretender Verlust a in voller Höhe mit Risikokapital zu berücksichtigen ist und das verbleibende Verlustrisiko eines Portfolios sowie das hierfür erforderliche Kapital unabhängig ermittelt werden kann.

- **Subadditivität**, $R(L_1 + L_2) \leq R(L_1) + R(L_2)$

Subadditivität bedeutet, dass durch die Kombination von zwei oder mehrere Portfolios das aus dem Gesamtrisiko ermittelte Risikokapital kleiner oder gleich der Summe des Risikokapitals aller Einzelportfolios ausfallen muss. Diese Eigenschaft beschreibt die Wirkungsweise von Diversifikation.

- **positive Homogenität**, $R(a \cdot L) = a \cdot R(L), \forall a \in \mathbb{R}^+$

Führt die Ausweitung eines riskanten Engagements um den Faktor a zu einer proportionalen Verlustzunahme $a \cdot L$, so gilt bei positiver Homogenität, dass zur Risikodeckung dieses Engagements das erforderliche Kapital ebenfalls um den Faktor a von ursprünglich $R(L)$ auf $a \cdot R(L)$ ansteigt.

- **Monotonie**, $L_A \geq L_B \Rightarrow R(L_A) \geq R(L_B)$

Dieses Axiom besagt, dass für ein Portfolio A, das in keinem möglichen Szenario einen niedrigeren Verlust als ein Vergleichsportfolio B erleidet, kein niedrigeres Risikokapital als für Portfolio B gebildet werden muss.

Für den VaR lassen sich jedoch simple Beispiele konstruieren, für die eine Verletzung der Subadditivitätseigenschaft vorliegt und somit die Ungleichung $\text{VaR}_z(L_1 + L_2) \leq \text{VaR}_z(L_1) + \text{VaR}_z(L_2)$ als nicht erfüllt angenommen werden kann.¹⁸ Inwieweit sich die fehlende Kohärenz des VaRs im Rahmen der Risikoquantifizierung von Kreditportfolios tatsächlich in Form einer systematischen Risikounterschätzung negativ bemerkbar macht oder sich in erster Linie als ein rein theoretisches Problem erweist, wird tiefergehend in Kapitel 3.4 untersucht. Als ein zweiter Kritikpunkt am VaR kann aufgeführt werden, dass die in Rede stehende Maßzahl keine weiteren Rückschlüsse hinsichtlich der Verlusthöhe bei Überschreitung des zugrunde gelegten Quantils liefert. Insbesondere für Verteilungen mit hoher Schiefe sind Szenarien denkbar, bei denen der eingetretene Verlust den VaR weit übersteigen kann. Vor dem Hintergrund der genannten Kritikpunkte wird alternativ ein kohärentes Risikomaß, der „Expected Shortfall“ (ES), vorgestellt und dient im Rahmen

¹⁷Vgl. Embrechts (2001).

¹⁸Vgl. Acerbi et al. (2001) und Artzner et al. (1999).

der in Kapitel 3.4 durchgeführten Simulationsstudien als Vergleichsgröße zum VaR. Der ES berechnet sich als Erwartungswert des Portfolioverlustes bei Überschreitung des VaR, d.h. es gilt

$$\text{ES}_z(L) = E(L | L \geq \text{VaR}_z(L)). \quad (2.13)$$

In allgemeiner Schreibweise berechnet sich dieser zu¹⁹

$$\text{ES}_z(L) = \frac{1}{1-z} \cdot (E(L) \cdot 1_{L \geq \text{VaR}_z(L)} + \text{VaR}_z(L) \cdot [(1-z) - P(L \geq \text{VaR}_z(L))]). \quad (2.14)$$

Bei Vorliegen einer stetigen Verlustverteilung gilt $P(L \geq \text{VaR}_z(L)) = 1 - z$, sodass sich (2.14) vereinfachen lässt²⁰

$$\text{ES}_z(L) = \frac{1}{1-z} \cdot (E(L) \cdot 1_{L \geq \text{VaR}_z(L)}) = \frac{1}{1-z} \int_z^1 \text{VaR}_s(L) ds. \quad (2.15)$$

Die Vorteile des ES im Vergleich zum VaR bestehen darin, dass zum einen die Kohärenzbedingungen erfüllt werden und somit finanzwirtschaftlich unplausible Ergebnisse bei Verwendung des Risikomaßes ausgeschlossen werden können. Zum anderen liefert der ES detailliertere Informationen hinsichtlich des potentiellen Ausmaßes von Extremverlusten, die ein Portfolio oberhalb des VaRs erleiden kann.²¹ Als Nachteil erweist sich jedoch, dass bei Bestimmung des ES deutlich größere Schätzfehler als für den VaR auftreten können. Wie in Yamai/Yoshida (2005) gezeigt, tritt dieses Problem verstärkt bei Vorliegen von Verteilungen mit Fat-Tails auf.²² Die Autoren verdeutlichen, dass im Vergleich zum VaR deutlich mehr Simulationsdurchläufe erforderlich sind, um im Rahmen einer ES-Bestimmung Schätzfehler möglichst gering zu halten. Weiter ist noch nicht hinreichend beantwortet, ob ein praktikables Backtesting zur Beurteilung der Güte des ES durchführbar ist.²³ So lässt sich seit langem in der Literatur die vorherrschende Meinung finden, dass aus statistischer Sicht keine bzw. nur äußerst komplexe Verfahren für diese Zwecke geeignet sind.²⁴ Es lassen sich jedoch jüngst neu entwickelte Ansätze finden, wie z.B. in Acerbi/Szekely (2014) und Miemiec et al. (2015), die aus Sicht der Autoren zu mathematisch adäquaten Ergebnissen führen und auch für den praktischen Einsatz genutzt werden können. Aktuell ist aber noch nicht absehbar, ob sich diese Ansätze in der Theorie und auch in der Praxis durchsetzen werden.

¹⁹Vgl. Acerbi/Tasche (2002).

²⁰Vgl. Acerbi/Tasche (2002).

²¹Vgl. Tasche (2002).

²²Vereinfacht dargestellt, gilt für Verteilungen mit Fat-Tails, dass Randereignisse mit z.T. weitaus größerer Wahrscheinlichkeit als bei einer Normalverteilung eintreten, vgl. Embrechts et al. (1997).

²³Ein Backtesting dient zur ex-post Bewertung der Prognosegüte eines verwendeten Verfahrens.

²⁴Vgl. bspw. Carver (2013) und Hull/White (2014).

Vom BCBS lässt sich eine umfangreiche Diskussion hinsichtlich der beiden vorgestellten sowie weiterer Risikomaße finden.²⁵ Insbesondere werden hier im Detail die Vor- und Nachteile der einzelnen Maße aufgeführt. Trotz der aufgeführten Schwächen gilt der VaR aktuell immer noch als das Standardrisikomaß für Finanzinstitute, was einerseits auf aufsichtsrechtlichen Vorgaben, die eine Verwendung des VaR überwiegend vorschreiben, andererseits jedoch aber auch auf die eingangs im Kapitel genannten praktischen Vorteile des VaR zurückzuführen ist.²⁶ Im Rahmen der aufsichtsrechtlichen Anforderungen zur Behandlung von Kreditrisiken lassen sich aktuell auch keine Veränderungen bzgl. des zu verwendenen Risikomaßes erkennen. Zur Messung von Marktpreisrisiken, die aus Geschäften des Handelsbuchs eines Finanzinstituts resultieren, wird jedoch seitens des BCBSs angestrebt, dass statt des VaR zukünftig der ES zu nutzen ist.²⁷

2.2.3 Kreditrisikomodelle

2.2.3.1 Modelltypen

Wie im Kapitel vorweg erläutert, ist die Ermittlung einer Verlustverteilung bzw. die Ermittlung von Quantilen einer Verlustverteilung zur Bestimmung des unerwarteten Verlustes eines Kreditportfolios im Rahmen einer adäquaten Kreditrisikomessung unerlässlich.²⁸ Die hierfür in der Literatur vorhandenen Modellansätze lassen sich grundsätzlich in zwei Klassen unterteilen. Zum einen gibt es die so genannten Unternehmenswertmodelle, deren Ursprung in den Arbeiten von Black/Scholes (1973) und Merton (1974) liegt. Ausfälle von Kreditnehmern werden hierbei unter Verwendung des Werts der unternehmerischen Aktiva modelliert. Unterschreitet dieser Wert die Summe der Zahlungsverpflichtungen, so gilt der Kredit als ausgefallen. Zwei bekannte und in der Bankenwelt etablierte Modelle, die auf diesem Ansatz beruhen, sind CreditMetrics und KMV's Portfolio Manager.²⁹ Ebenfalls auf diesem Ansatz basieren sowohl die innerhalb der EU vorgeschriebene Berechnungsmethodik, mittels derer das regulatorisch erforderliche Eigenkapital einer Bank zu ermitteln ist, als auch eine Vielzahl von bankintern verwendeten Modellen.³⁰

Alternativ existieren die sogenannten Intensitätsmodelle. Bei diesen werden mittels sto-

²⁵Vgl. BCBS (2011).

²⁶Vgl. hierzu die Darstellung der Risikosituation von Finanzinstituten, wie z.B. in Commerzbank (2015), S. 43 ff., sowie in Deutsche Bank (2015), S.37 ff.

²⁷Vgl. BCBS (2014).

²⁸Ein weiteres zu nennendes Anwendungsgebiet, für das die Bestimmung der Verlustverteilung von Kreditportfolios ebenfalls eine hohe Bedeutung aufweist, sind Rating- und Bewertungsprozesse von forderungsbesicherten Wertpapieren, wie z.B. Asset-backed Securities (ABS), Mortgage-backed Securities (MBS) und Collateral Debt Obligations (CDO).

²⁹Vgl. Gupton et al. (2007) und Dwyer et al. (2004).

³⁰Vgl. Bluhm et al. (2010), S. 64., sowie Kapitel 2.2.3.4.

chastischer Sprungprozesse die Ausfälle von Kreditnehmern modelliert, wobei als Sprungprozess in der Regel ein Poisson-Prozess³¹ gewählt wird. Der erste eintretende Sprung innerhalb des modellierten Prozesses wird dabei als das Ausfallereignis eines Kreditnehmers interpretiert, sodass auf diese Weise das potentielle Kreditrisiko eines Portfolios ermittelt werden kann. Die in der Literatur verfügbaren Modelle unterscheiden sich jedoch bei der Wahl der Intensitätsrate, durch die die Wahrscheinlichkeit eines Sprunges, d.h. die Ausfallwahrscheinlichkeit, beschrieben wird. Wird diese wie bspw. bei Jarrow/Turnbull (1995) als Konstante angesetzt, so werden die Ausfälle der Kreditnehmer eines Portfolios als unabhängige Ereignisse abgebildet. In komplexeren Ansätzen wird die Intensitätsrate allerdings ebenfalls durch einen stochastischen Prozess modelliert, um die Anzahl potenzieller Risikotreiber zu erhöhen und somit eine realistischere Darstellung zu erhalten.³² So lassen sich für das in der Praxis verbreitete Modell CreditRisk+ bei der Modellierung der Intensitätsrate Abhängigkeiten zwischen Kreditnehmern gleicher Branchen durch Berücksichtigung gemeinsamer Faktoren abbilden.³³ Basierend auf diesen komplexeren Modellen lassen sich Weiterentwicklungen finden, die weniger das Risiko von reinen Kreditportfolios, sondern stattdessen das von Portfolios verbriefter Forderungen abbilden, um auf diese Weise Bewertungen von forderungsbesicherten Wertpapieren zu ermöglichen.³⁴

In dieser Arbeit wird jedoch der Fokus ausschließlich auf Unternehmenswertmodellen liegen, da diese eine anschauliche mathematische Beschreibung der Problemstellung ermöglichen und ferner bereits Ansätze existieren, die ein geeignetes Fundament für die folgenden Untersuchungen bilden.

2.2.3.2 Unternehmenswert- und Faktor-Modelle

In Unternehmenswertmodellen gilt, dass die Wertentwicklung von Unternehmen durch eine geometrische Brownsche Bewegung³⁵ dargestellt werden, anhand derer mögliche Unternehmensausfälle ermittelbar sind. Unterschreitet ein simulierter Unternehmenswert seine Ausfallgrenze, die sich aus dem Wert der offenen Verbindlichkeit ergibt, gilt das Unternehmen als insolvent. Wie in Vasicek (1987) gezeigt, lässt sich dieser Modellansatz in der

³¹Ein Poisson-Prozess stellt einen Zählprozess dar, der den Eintritt (= Sprung) von Ereignissen innerhalb eines vorgegebenen Zeitraums misst. Neben der Kreditrisikomodellierung ist ein weiteres beispielhaftes Anwendungsgebiet dieses Prozesses die Häufigkeitsmodellierung von Schadensfällen in der Versicherungsmathematik, vgl. hierzu bspw. Grundmann/Luderer (2009), S. 101.

³²Vgl. bspw. Lando (1998), Duffie/Singleton (1999) und Madan/Unal (2000).

³³Vgl. Wilde (1997).

³⁴Vgl. bspw. Duffie/Garleanu (2001), Duffie/Singleton (2003) und Schönbucher (2003).

³⁵Bei der geometrischen Brownschen Bewegung handelt es sich um einen stochastischen Prozess, der die Wertentwicklung eines Unternehmens als logarithmisch normalverteilt unterstellt. Vgl. Bluhm et al. (2010), S.154 ff.

Form verfeinern, dass die logarithmierte Rendite³⁶ aller Unternehmen durch ein sogenanntes Faktor-Modell dargestellt wird. Auf diese Weise lassen sich durch Wahl gemeinsamer Faktoren Abhängigkeiten zwischen den im betrachteten Portfolio enthaltenen Unternehmen modellieren, um hiermit eine möglichst realistische Abhängigkeitsstruktur herzuleiten und im Rahmen der Verlustermittlung potentielle Konzentrations- bzw. Diversifikationseffekte berücksichtigen zu können. Grundsätzlich wird hierbei zwischen systematischen und unsystematischen Faktoren unterschieden. Die erstgenannten Faktoren beschreiben Entwicklungen aufgrund von makroökonomischen und sektorspezifischen Einflüssen und wirken somit gleichzeitig auf alle bzw. die Unternehmen, die denselben Sektoren zugeordnet sind. In der Herleitung von Vasicek wurde ursprünglich nur ein systematischer Faktor für das Gesamtportfolio zur Darstellung eines gemeinsamen makroökonomischen Risikotreibers verwendet, jedoch hat sich die Nutzung von einer Vielzahl systematischer Faktoren etabliert, da dieses Vorgehen eine deutlich genauere Abbildung real existierender Abhängigkeiten ermöglicht. Es liegt auf der Hand, dass Unternehmen desselben Wirtschaftszweiges weitaus höhere Abhängigkeiten hinsichtlich der wirtschaftlichen Entwicklung aufweisen als Unternehmen unterschiedlicher Branchen, was umso mehr für die Nutzung verschiedener systematischer Faktoren spricht. Im Gegensatz hierzu stellen unsystematische Faktoren ausschließlich firmenspezifische Entwicklungen dar und werden daher voneinander unabhängig für jedes Unternehmen modelliert.

Bei Verwendung eines Faktor-Modells lässt sich die standardisierte Log-Rendite des Unternehmenswertes eines Kreditnehmers i schreiben als

$$r_i = \sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i. \quad (2.16)$$

X_i stellt hierbei den systematischen Faktor eines Kreditnehmers i sowie ϵ_i den unsystematischen Faktor dar. Beide Faktoren sind standardnormalverteilt und stochastisch unabhängig voneinander. Die Rendite, als gewichtete Summe beider Zufallsvariablen, ist daher selbst auch eine standardnormalverteilte Zufallsvariable. Die Sensitivität des Kreditnehmers i zum systematischen Faktor X_i ist durch den Parameter ρ_i gegeben und wird als die Intra-Korrelation bezeichnet.³⁷ Der systematische Faktor jedes Kreditnehmers ergibt sich wiederum als Linearkombination von unabhängigen standardnormalverteilten Faktoren $\{Z_k\}$ ($k=1, \dots, S$)

$$X_i = \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot Z_k \quad \text{mit} \quad \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k}^2 = 1. \quad (2.17)$$

³⁶Gemäß der Annahme einer geometrischen Brownschen Bewegung ist die logarithmierte Rendite eines Unternehmens normalverteilt.

³⁷Wie noch gezeigt werden wird, geht der Parameter ρ_i unmittelbar ein bei Bestimmung der Korrelation zwischen Kreditnehmern.

Mittels der Faktorgewichte $\alpha_{i,k}$ wird definiert, durch welche Faktoren maßgeblich die Entwicklung des systematischen Faktors eines Kreditnehmers beeinflusst wird. Als relevante Faktoren werden üblicherweise Branchen- sowie Länderfaktoren berücksichtigt, sodass Unternehmen derselben Branche bzw. der selben Region eine höhere Abhängigkeit bzgl. ihrer Wertentwicklung aufweisen als Unternehmen unterschiedlicher Branchen bzw. Regionen.³⁸ Die Korrelation zwischen den beiden systematischen Faktoren zweier Kreditnehmer, im Weiteren als Inter-Korrelation bezeichnet, berechnet sich zu

$$\begin{aligned}
 \rho_{i,j}^{Inter} &= Corr(X_i, X_j) = \sum_{k=1}^S \sum_{l=1}^S \alpha_{i,k} \cdot \alpha_{j,l} \cdot Corr(Z_k, Z_l) \\
 &= \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot \alpha_{j,k} \cdot \underbrace{Corr(Z_k, Z_k)}_{=1} + \sum_{k=1}^S \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^S \alpha_{i,k} \cdot \alpha_{j,l} \cdot \underbrace{Corr(Z_k, Z_l)}_{=0} \\
 &= \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot \alpha_{j,k}.
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Alternativ lässt sich statt der Bildung von Kreditnehmer-individuellen systematischen Faktoren vereinfachend auch vorab eine Zuordnung aller Kreditnehmer zu verschiedenen Sektoren durchführen, sodass je Sektor auch nur ein systematischer Faktor X_s berücksichtigt werden muss. Hierdurch wird unterstellt, dass für alle Kreditnehmer eines Sektors die wirtschaftliche Entwicklung, die nun mittels genau eines systematischen Faktors modelliert wird, dieselbe ist. In diesem Fall lässt sich die Rendite des Unternehmenswertes eines Kreditnehmers i , der dem Sektor s zugeordnet wird, darstellen als

$$r_{i,s} = \sqrt{\rho_{i,s}} \cdot X_s + \sqrt{1 - \rho_{i,s}} \cdot \epsilon_i \quad \text{mit } X_s = \sum_{k=1}^S \alpha_{s,k} \cdot Z_k. \tag{2.19}$$

Der unsystematische Faktor ϵ_i beschreibt hierbei weiterhin als unabhängige Zufallsvariable die firmenspezifische Entwicklung. Der Vorteil solch einer Gruppierung liegt in einer vereinfachten Modellkalibrierung. Da die Anzahl der gebildeten Sektoren üblicherweise deutlich kleiner als die Gesamtanzahl der Kredite im Portfolio ist, werden auch weit weniger Parameter zur Beschreibung der Korrelationsstruktur benötigt. Insbesondere lassen sich, bspw. basierend auf Zeitreihen von Aktienindizes, auf einfache Weise Abhängigkeiten zwischen den gebildeten Sektoren messen, um so die notwendigen Korrelationsmatrizen abzuleiten. Mithilfe von Cholesky-Zerlegungen dieser Matrizen lassen sich unmittelbar die erforderlichen Faktorgewichte $\alpha_{s,k}$ ermitteln.³⁹ Somit ergibt sich die Inter-Korrelation,

³⁸So kann beispielhaft davon ausgegangen werden, dass für deutsche Autohersteller eine hohe Abhängigkeit untereinander besteht, die einerseits durch denselben Branchenfaktor andererseits durch ähnliche Länderfaktoren der jeweils wichtigsten Absatzmärkte abgebildet werden kann. Vgl. hierzu Bluhm et al. (2010), S. 36 ff.

³⁹Dieser Ansatz entspricht der üblichen mathematischen Vorgehensweise zur Generierung korrelierter

d.h. in diesem Fall die Korrelation zwischen zwei Sektoren, analog zu (2.18) als Summe ihrer jeweiligen Faktorgewichte

$$\rho_{s,t}^{Inter} = Corr(X_s, X_t) = \sum_{k=1}^S \alpha_{s,k} \cdot \alpha_{t,k}. \quad (2.20)$$

Methodisch stellt es keinen Unterschied dar, welche der beiden diskutierten Vorgehensweisen zur Darstellung des systematischen Risikos verwendet wird, weswegen der im Vergleich allgemeingültige Ansatz, d.h. die Bildung von Kreditnehmer-individueller Faktoren, die Grundlage für die Modellbeschreibungen darstellt. Im Rahmen der in den nachfolgenden Kapiteln durchgeführten Untersuchungen lassen sich jedoch Konstellationen identifizieren, für die sich aus Performance-Gründen eine Sektorbildung als vorteilhaft erweist. Methodisch stellt es keinen Unterschied dar, welche der beiden diskutierten Vorgehensweisen zur Darstellung des systematischen Risikos verwendet wird, weswegen der im Vergleich allgemeingültige Ansatz, d.h. die Bildung von Kreditnehmer-individueller Faktoren, die Grundlage für die Modellbeschreibungen darstellt. Im Rahmen der in den nachfolgenden Kapiteln durchgeführten Untersuchungen lassen sich jedoch Konstellationen identifizieren, für die sich aus Performance-Gründen eine Sektorbildung als vorteilhaft erweist.

Basierend auf den getroffenen Modellannahmen (2.16) und (2.17) ergibt sich die Korrelation zwischen den logarithmierten Renditen zweier Kreditnehmern zu

$$\begin{aligned} Corr(r_i, r_j) &= Corr(\sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i, \sqrt{\rho_j} \cdot X_j + \sqrt{1 - \rho_j} \cdot \epsilon_j) \\ &\stackrel{\epsilon \text{ unabh.}}{=} \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_j} \cdot Corr(X_i, X_j) + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \sqrt{1 - \rho_j} \cdot Corr(\epsilon_i, \epsilon_j) \\ &= \begin{cases} 1 & \text{wenn } i = j, \\ \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_j} & \text{wenn } i \neq j \text{ und } \rho_{i,j}^{Inter} = 1, \\ \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_j} \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot \alpha_{j,k} & \text{wenn } i \neq j \text{ und } \rho_{i,j}^{Inter} \neq 1. \end{cases} \quad (2.21) \end{aligned}$$

Die Abhängigkeitsstruktur wird im Modell somit vollständig durch die Intra- sowie die Inter-Korrelationsparameter beschrieben. Für $\rho_{i,j}^{Inter} = 1$ gilt, dass beide Kreditnehmer demselben Sektor zugeordnet sind und somit auch deren systematische Wertentwicklung dieselbe ist. In diesem Fall ergibt sich die Korrelation ausschließlich als Produkt beider Intra-Korrelationsparameter und ist üblicherweise höher als für Kreditnehmer, deren systematische Entwicklung nicht durch denselben systematischen Faktor beschrieben wird, d.h. $\rho_{i,j}^{Inter} \neq 1$. In diesem Fall hängt die Korrelation zusätzlich ab von den jeweiligen Faktorgewichten $\alpha_{i,k}$.

normalverteilter Zufallsvariablen und führt zur identischen Anzahl von unabhängigen Faktoren Z_k und systematischen Faktoren X_s , vgl. Günther/Jüngel (2003), S. 112 ff. Ein alternativer Ansatz zur Bestimmung unabhängiger Faktoren wäre die Verwendung einer Hauptkomponentenanalyse.

Grundsätzlich gilt innerhalb der diskutierten Modelle, dass der Ausfall eines Kreditnehmers i eintritt, falls dessen Rendite r_i eine noch zu definierende Ausfallschranke b_i unterschreitet, d.h. falls gilt

$$r_i < b_i \stackrel{(2.16)}{\Leftrightarrow} \sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i < b_i. \quad (2.22)$$

Für die exogen gegebene Ausfallwahrscheinlichkeit des Kreditnehmers ergibt sich unter Berücksichtigung der Normalverteilungsannahme von r_i unmittelbar die Ausfallschranke b_i zu

$$PD_i = P(r_i < b_i) = N(b_i) \Leftrightarrow b_i = N^{-1}(PD_i), \quad (2.23)$$

mit

$N(\cdot)$ = Verteilungsfunktion der Normalverteilung,

$N^{-1}(\cdot)$ = Inverse der Verteilungsfunktion der Normalverteilung.

Das Ausfallereignis eines Kreditnehmers i lässt sich somit in Form einer Indikatorvariablen darstellen⁴⁰

$$1_{D_i} = \begin{cases} 0 & \text{falls } r_i > N^{-1}(PD_i), \\ 1 & \text{falls } r_i < N^{-1}(PD_i). \end{cases} \quad (2.24)$$

Gemäß (2.10) berechnet sich hiermit der Portfolioverlust L als Summe aller einzelvertraglichen Verluste zu

$$L = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot 1_{D_i}. \quad (2.25)$$

Eine approximative Berechnung des Portfolioverlustes L kann jedoch nur simulativ mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen erfolgen, da eine analytische Ermittlung im allgemeinen nicht möglich ist.^{41 42} In diesem gängigen Verfahren wird mittels einer Vielzahl von Simulationsdurchläufen eine Verteilung des simulierten Portfolioverlustes ermittelt. In jedem Durchlauf werden sowohl alle systematischen als auch alle unsystematischen Faktoren entsprechend ihrer Verteilungsannahmen zufällig generiert. Hierauf basierend wird die Rendite r_i jedes Kreditnehmers gemäß (2.16) berechnet. Unterschreitet r_i die Ausfallschranke $N^{-1}(PD_i)$, gilt der Kreditnehmer in diesem Simulationsdurchlauf als ausgefallen. Nach Bestimmung aller Ausfälle im Portfolio ergibt sich der simulierte Port-

⁴⁰Vgl. auch (2.2).

⁴¹Vgl. Günther/Jüngel (2003), S.97 ff., für eine ausführliche Beschreibung der theoretischen Grundlagen sowie der möglichen Anwendungsgebiete von Monte-Carlo-Simulationen.

⁴²Nur in Spezialfällen lässt sich ebenfalls eine analytische Berechnung des Portfolioverlustes durchführen, wie in Abschnitt 2.2.3.4 gezeigt werden wird.

folioverlust eines Durchlaufs als Summe der Produkte aus Exposure-Gewichte w_i und den LGDs aller ausgefallener Kreditnehmer. Um eine möglichst genaue Approximation der tatsächlichen Verlustverteilung zu erhalten, ist eine hohe Anzahl an Durchläufen notwendig. Diese hängt sowohl stark von der Portfoliogröße als auch der Anzahl der systematischen Faktoren ab.⁴³ Nach Beendigung aller Durchläufe sind die simulierten Verluste der Größe nach zu ordnen, um die Verlustverteilung zu erhalten. Hierdurch ist der VaR_z unmittelbar gegeben als das Element der Verteilung an Position „ $z \cdot \text{Anzahl Durchläufe}$ “.⁴⁴ Weiter ergibt sich der ES_z als Mittelwert aller Verluste nicht kleiner als VaR_z , d.h.

$$\text{ES}_z(L) = \frac{\sum_{j=z \cdot r}^r l_j}{r - z \cdot r}, \quad (2.26)$$

mit

r = Anzahl Durchläufe,

l_j = simulierter Verlust an Position j der sortierten Verlustverteilung.

Der einfachen Implementierung und Anwendung einer Monte-Carlo-Simulation steht als einziger, aber gravierender Nachteil der zum Teil extrem hohe Rechenaufwand, der für eine Simulation benötigt wird, gegenüber. Bereits für Kreditportfolios, bestehend aus nur einigen tausend Verträgen, sind für eine statistisch valide Simulation mehr als eine Milliarde Rechenoperationen notwendig.⁴⁵ Da Kreditportfolios bereits für Banken mittlerer Größe, insbesondere im Privatkundengeschäft, durchaus aus mehreren Millionen Kreditnehmern bestehen⁴⁶, resultieren bei Durchführung des vorgestellten Ansatzes zwangsläufig extrem hohe Laufzeiten. Zur Abschwächung bzw. Vermeidung des in Rede stehenden Laufzeitproblems bei Nutzung von Monte-Carlo-Simulationen lassen sich jedoch verschiedene Möglichkeiten finden, auf die im Folgenden näher eingegangen wird. Zum einen können Eigenschaften des vorgestellten Kreditrisikomodells ausgenutzt werden, um zeitsparende Vereinfachungen im Rahmen der Rechnung durchzuführen. Bei Erfüllung gewisser Annahmen lässt sich für einen Spezialfall sogar eine exakte analytische Berechnungsformel zur Ermittlung des Portfolioverlustes ableiten. Zum anderen existieren analytische Approximationsverfahren, die eine vollständige Vermeidung von laufzeitintensiven Simulationen

⁴³Für die in den Kapiteln 3 und 4 durchgeführten Analysen wurden jeweils mindestens 500000 Durchläufe pro Simulation gewählt, um stabile Ergebnisse zu erhalten. Bei einer zu geringen Anzahl an Durchläufen lassen sich ansonsten noch Schwankungen in den berechneten Risikokennzahlen beobachten.

⁴⁴Hierbei wird eine hinreichend hohe Anzahl an Simulationsdurchläufen unterstellt, sodass das Produkt „ $z \cdot \text{Anzahl Durchläufe}$ “ durchgängig ganzzahlig ist.

⁴⁵Für diese Abschätzung werden mindestens 100000 erforderliche Simulationsdurchläufe unterstellt.

⁴⁶So beliefen sich bspw. die Kundenzahlen der DKB sowie der ING-DiBa in Deutschland im Privatkundenbereich für 2013 auf ca. 3 Millionen bzw. 7,5 Millionen. Vgl. hierzu DKB (2013), S.4, und ING-DiBa (2013), S.2. Gemessen an der Bilanzsumme gehören beide genannte Banken jedoch nicht zu den zehn größten Finanzinstituten Deutschlands, vgl. Kuck (2013), S. 34.

ermöglichen. Ab Kapitel 3 werden diese Lösungsansätze präsentiert, die für unterschiedliche Problemstellungen im Rahmen der Kreditrisikomodellierung alternativ verwendet werden können. Anhand von Simulationsstudien wird die Güte der einzelnen Verfahren im Vergleich zu Monte-Carlo-Simulationen beurteilt. Als eine weitere Möglichkeit ist die Verwendung varianzreduzierender Techniken zu nennen. Diese können auf unterschiedliche Arten das Konvergenzverhalten von Monte-Carlo-Simulationen beschleunigen, sodass bereits für eine reduzierte Anzahl an Simulationsdurchläufen stabile Ergebnisse erzielt werden. Auf dem Gebiet der Kreditrisikomodellierung hat sich hierbei das sogenannte Importance Sampling als das mit Abstand effektivste Verfahren erwiesen, da es eine Monte-Carlo-Simulation z.T. erheblich beschleunigt.⁴⁷ Die Grundidee des Importance Sampling besteht darin, gezielt nur den Randbereich einer Verlustverteilung zu ermitteln, um auf diese Weise mit deutlich weniger Simulationsdurchläufen stabile Schätzungen der Risikomaße VaR und ES zu bestimmen. Dieses Verfahren ist aber nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit, da Voruntersuchungen gezeigt haben, dass es für die in Kapitel 4 angedachten Erweiterungen in Form abhängiger LGDs nicht anwendbar ist.

2.2.3.3 Eigenschaften des Multi-Faktor-Modells

Zunächst werden wichtige Eigenschaften des in Rede stehenden Modells vorgestellt, deren Berücksichtigung bereits zur Reduzierung der Laufzeit von Monte-Carlo-Simulationen beitragen können. Als erstes ist hierbei die bedingte Unabhängigkeit zu nennen. Für eine gegebene Realisation der systematischen Faktoren sind alle Unternehmensrenditen stochastisch unabhängig, da alle unsystematischen Faktoren als einzige verbleibende Zufallsvariablen in Gleichung (2.16) annahmegemäß ebenfalls stochastisch unabhängig sind. In diesem Fall lässt sich die bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit eines Kreditnehmers i berechnen zu

$$\begin{aligned}
 p_i(X_i) &:= P(r_i < b_i | X_i) = P\left(\sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i < b_i | X_i\right) \\
 &= P\left(\epsilon_i < \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X_i}{\sqrt{1 - \rho_i}} \middle| X_i\right) \\
 &\stackrel{\epsilon_i \sim N(0,1)}{=} N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X_i}{\sqrt{1 - \rho_i}}\right) \\
 &= N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot Z_k}{\sqrt{1 - \rho_i}}\right).
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

⁴⁷Vgl. hierzu beispielhaft Glasserman/Li (2005), in der das Importance Sampling-Verfahren zur Bestimmung von Kreditrisiken vorgestellt wird.

Um ferner den Einfluss von unsystematischen Risiken ausschließen zu können, wird die Existenz eines unendlich granularen Portfolios vorausgesetzt. Solch ein Portfolio liegt vor, falls dieses für eine gegen unendlich konvergierende Kreditanzahl die beiden Annahmen erfüllt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n EAD_i = \infty, \quad (2.28)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{EAD_n}{\sum_{i=1}^n EAD_i} \right)^2 < \infty. \quad (2.29)$$

Diese Annahmen besagen, dass zum einen der Gesamt-EAD des Portfolios für eine gegen unendlich konvergierende Kreditanzahl ebenfalls gegen unendlich strebt. Zum anderen gilt, dass mit steigender Kreditanzahl jeder Kredit ein nur unerhebliches Exposuregewicht im Portfolio besitzt. Offenkundig kann ein reales Portfolio diese Annahme niemals erfüllen, da es auf eine endliche Anzahl von Krediten beschränkt ist. Wie jedoch in Kapitel 3 noch gezeigt wird, lassen sich Mindestportfoliogrößen bestimmen, für die ein Portfolio als unendlich granular betrachtet werden kann, sodass die nun präsentierten Modelleigenschaften als gegeben erachtet werden können.

Bei Vorliegen eines unendlichen granularen Portfolios lässt sich eine bedeutsame Eigenschaft von Multi-Faktor-Modellen herleiten. Wie in Gordy (2003) gezeigt wird, gilt in diesem Fall stochastisch fast sicher⁴⁸ die Konvergenz des Portfolioverlustes gegen den bedingten Portfolioverlust, d.h.

$$P \left(\lim_{n \rightarrow \infty} (L - E[L | \{X_i\}]) = 0 \right) = 1, \quad (2.30)$$

wobei im Weiteren zur Darstellung der stochastisch fast sicheren Konvergenz die folgende Schreibweise gewählt wird: $L \xrightarrow{f.s.} E[L | \{X_i\}]$.

Der in (2.30) auftretende bedingte Verlust kann wiederum aufgrund der bedingten Unabhängigkeit als Summe aller bedingten Einzelverluste berechnet werden⁴⁹

$$\begin{aligned} E[L | \{X_i\}] &= \sum_{i=1}^n E[w_i \cdot LGD_i \cdot 1_{D_i} | X_i] \\ &= \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot E[1_{D_i} | X_i]. \end{aligned} \quad (2.31)$$

⁴⁸Ein Ereignis gilt als fast sicher, wenn dessen Eintrittswahrscheinlichkeit bei 1 liegt.

⁴⁹Hierbei gilt weiter die Annahme, dass sowohl der EAD als auch der LGD jedes Kreditnehmers als konstante Werte vorliegen.

Da der bedingte Erwartungswert der Indikatorvariablen der in (2.27) definierten bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit entspricht, gilt somit

$$L \xrightarrow{f.s.} E[L | \{X_i\}] = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot p_i(X_i). \quad (2.32)$$

Inhaltlich lässt sich diese Eigenschaft in der Form interpretieren, dass unsystematische Risiken aufgrund von Diversifikation keinen Einfluss auf das Gesamtrisiko haben und ausschließlich systematische Risiken zu berücksichtigen sind. Bei hinreichend großen Portfolios dient somit der bedingte Verlust als adäquate Approximation des tatsächlichen Portfolioverlustes.

Im Rahmen der Durchführung von Monte-Carlo-Simulationen bedeutet dieses Ergebnis, dass bei Erfüllung der Granularitätsbedingung in jedem Simulationsdurchlauf ausschließlich die systematischen Faktoren generiert werden müssen, um hiermit den bedingten Verlust zu berechnen. Auf Basis der simulierten bedingten Verlustverteilung lassen sich unmittelbar der tatsächliche Verlust sowie das gewünschte Risikomaß ableiten. Die Nichtberücksichtigung aller unsystematischen Faktoren je Simulationsdurchlauf reduziert offensichtlich den Rechenaufwand, was insbesondere mit steigender Portfoliogröße zu einer erheblichen Zeitersparnis führt.

2.2.3.4 ASRF-Modell

Das sogenannte „Asymptotic Single Risk Factor“-Modell (ASRF-Modell) stellt einen Spezialfall des zuvor vorgestellten Kreditrisikomodells dar und ermöglicht eine analytische Berechnung von Portfolioverlusten. Die Modellherleitung in Gordy (2003) basiert dabei auf zwei maßgeblichen Annahmen. Zum einen wird ein unendlich granulares Portfolio unterstellt. Zum anderen wird zur Modellierung der Unternehmensrendite nur ein einziger systematischer Faktor verwendet, sodass Abhängigkeiten ausschließlich mittels dieses Faktors abgebildet werden. Die Idee hierbei ist, dass alle Kreditnehmer demselben Geschäftszyklus unterliegen und somit Abhängigkeiten zwischen den modellierten Wertentwicklungen hinreichend durch einen gemeinsamen makroökonomischen Faktor beschrieben werden.

Die Rendite eines Kreditnehmers lässt sich bei Verwendung eines Ein-Faktor-Modells vereinfacht darstellen als

$$r_i = \sqrt{\rho_i} \cdot X + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i. \quad (2.33)$$

Ferner ergibt sich die Korrelation zwischen zwei Kreditnehmern zu

$$\text{Corr}(r_i, r_j) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } i = j, \\ \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_j} & \text{wenn } i \neq j. \end{cases} \quad (2.34)$$

Korrelationen innerhalb des ASRF-Modells werden somit vollständig durch den Sensitivitätsparameter ρ_i beschrieben. Eine Unterscheidung zwischen Intra- und Inter-Korrelation ist aufgrund der Wahl nur eines systematischen Faktors nicht möglich.⁵⁰

Trotz der vergleichsweise einfachen Darstellung der Abhängigkeitsstruktur aller Kreditnehmer bietet das ASRF-Modell einen großen Vorteil gegenüber dem zuvor vorgestellten Multi-Faktor-Ansatz. Es existiert ein analytischer Lösungsansatz zur Berechnung des Portfolioverlustes, sodass auf zeitintensive Monte-Carlo-Simulationen verzichtet werden kann. Basierend auf den beiden vorweg formulierten Annahmen gilt gemäß Gordy (2003)⁵¹

$$\begin{aligned} P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} (\text{VaR}_z(L) - E[L|X = q_{1-z}(X)]) = 0\right) &= 1, \\ P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} (\text{ES}_z(L) - \text{ES}_z[E[L|X = q_{1-z}(X)]) = 0\right) &= 1. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Analog zu (2.32) kann somit die approximative Berechnung der beiden Risikomaße VaR und ES mit Hilfe bedingter Verluste erfolgen. Aufgrund der Nutzung nur eines systematischen Faktors kann jedoch, im Gegensatz zu Multi-Faktor-Modellen, das benötigte Quantil $q_{1-z}(X)$ zum jeweils vorliegenden Konfidenzniveau unmittelbar berechnet werden. Da X normalverteilt ist, gilt

$$q_{1-z}(X) = N^{-1}(1 - z) = -N^{-1}(z). \quad (2.36)$$

Unter Verwendung dieser Eigenschaften lässt sich der VaR damit darstellen als

$$\begin{aligned} \text{VaR}_z^{\text{ASRF}}(L) &\xrightarrow{f.s.} \sum_{i=1}^n E[w_i \cdot LGD_i \cdot 1_{D_i} | X = q_{1-z}(X)] \\ &= \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{\rho_i} \cdot N^{-1}(z)}{\sqrt{1 - \rho_i}}\right). \end{aligned} \quad (2.37)$$

⁵⁰Vgl. hierzu die Korrelationsformel im Multi-Faktor-Modell (2.21).

⁵¹Entscheidend bei der Beweisführung ist hierbei die Monotonie-Eigenschaft der Normalverteilung, die garantiert, dass gilt: $q_{1-z}(E[L|X]) = E[L|X = q_{1-z}(X)]$.

Der ES kann geschrieben werden als

$$\begin{aligned} \text{ES}_z^{\text{ASRF}}(L) &\xrightarrow{f.s.} \sum_{i=1}^n E \left[w_i \cdot \text{LGD}_i \cdot N \left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1 - \rho_i}} \right) \middle| X \leq N^{-1}(1 - z) \right] \\ &= \frac{1}{1 - z} \sum_{i=1}^n w_i \cdot \text{LGD}_i \cdot \int_{-\infty}^{N^{-1}(1-z)} n(X) \cdot N \left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1 - \rho_i}} \right) dX, \end{aligned} \quad (2.38)$$

mit $n(\cdot)$ = Dichtefunktion der Normalverteilung.

Da gilt⁵²

$$\int_{-\infty}^z n(y) \cdot N \left(\frac{x - ay}{\sqrt{1 - a^2}} \right) dy = N_2(x, z, a), \quad (2.39)$$

kann (2.38) vereinfacht werden

$$\text{ES}_z^{\text{ASRF}}(L) \xrightarrow{f.s.} \frac{1}{1 - z} \sum_{i=1}^n w_i \cdot \text{LGD}_i \cdot N_2(N^{-1}(PD_i), N^{-1}(1 - z), \sqrt{\rho_i}). \quad (2.40)$$

$N_2(\cdot)$ beschreibt hierbei die kumulierte Verteilungsfunktion einer bivariaten Normalverteilung.

Für beide vorgestellten Risikomaße ergibt sich das Gesamtrisiko also als Summe der Risiken jedes Einzelkreditnehmers. Da der Risikobeitrag jedes Einzelkredits unabhängig vom restlichen Portfolio berechnet werden kann, besitzt daher die Zusammensetzung des Portfolios keinerlei Einfluss auf das Gesamtrisiko. Man spricht hierbei auch von der sogenannten Portfolio-Invarianz. Bei Verwendung des ASRF-Modells spielt es daher unter Risikogesichtspunkten keine Rolle, aus welchen Branchen oder Ländern die einzelnen Kreditnehmer stammen. Einzig die individuell ermittelten Inputparameter sind als Risikotreiber relevant.

2.3 Aufsichtsrechtliche Vorgaben

Um die Einführung in die Thematik abzuschließen, werden aufgrund ihrer bedeutsamen Rolle die für ein Finanzinstitut geltenden aufsichtsrechtlichen Anforderungen vorgestellt. Massive Verstöße dagegen können in Deutschland zu hohen Geldbuße und im schlimmsten Fall den Verlust der Banklizenz nach sich ziehen, wobei letzteres gleichbedeutend mit der

⁵²Vgl. Pykhtin (2004).

Schließung der betroffenen Bank ist.⁵³ Die Einhaltung dieser Anforderungen wird mittels regelmäßig stattfindender aufsichtsrechtlicher Prüfungen sichergestellt.⁵⁴

Es wird sich zeigen, dass der seitens der Aufsicht genutzte Berechnungsansatz zur Bestimmung der erforderlichen Eigenkapitalunterlegung von Kreditrisiken auf dem zuvor bereits hergeleiteten ARSF-Modell basiert. Um einen verständlichen Zugang zum regulatorischen Formelwerk zu ermöglichen, wurden daher vorweg die erforderlichen methodischen Grundlagen präsentiert. Bevor darauf im einzelnen eingegangen wird, erfolgt eine Darstellung der grundsätzlichen durch eine Bankenregulation angestrebten Ziele.

Für eine florierende Volkswirtschaft gilt ein stabiles Finanzsystem als ein fundamentaler Eckpfeiler.⁵⁵ Zur Vermeidung möglicher Instabilitäten bestehen daher eine Vielzahl an aufsichtsrechtlichen Anforderungen für am Markt tätige Finanzintermediäre⁵⁶, wobei im Weiteren der Schwerpunkt auf bestehenden Anforderungen bzgl. der Risikoquantifizierung von Kreditrisiken liegt und somit nur gewisse Teilgebiete der Regulierung von Banken näher betrachtet werden. Primäres Ziel der in Rede stehenden Regulation ist die Vermeidung von Bankinsolvenzen, da jede Insolvenz mit einer großen Unsicherheit bzgl. der hieraus resultierenden Folgen für das Finanzsystem behaftet ist. Insbesondere für international agierende Großbanken gelten die Auswirkungen einer möglichen Insolvenz als äußerst schwer abschätzbar, wie der Ausfall der Investmentbank „Lehman Brothers“ im September 2008 und die unmittelbar folgenden Finanzmarkt-Turbulenzen eindrucksvoll veranschaulicht haben.⁵⁷ Um somit die Ausfallwahrscheinlichkeit von Finanzinstituten möglichst gering zu halten, zielen die geltenden Regelungen, sehr vereinfacht dargestellt, auf eine angemessene Eigenkapitalunterlegung aller relevanter Risiken, denen ein Institut ausgesetzt ist.

Mit Veröffentlichung der sogenannten Basel-I-Richtlinien durch den BCBS wurden 1988 erstmalig internationale Regelungen aufgestellt, die eine Eigenkapitalunterlegungspflicht beinhalteten.⁵⁸ Auch wenn es zu diesem Zeitpunkt bereits nationale Regelungen gab⁵⁹, bestand der große Vorteil von Basel I in der internationalen Harmonisierung hinsichtlich der Vorgehensweise bei Ermittlung der erforderlichen Eigenkapitalunterlegung. Konkret wurde eingeführt, dass die risikogewichtete Forderungssumme pauschal zu 8% mit Eigenkapital zu unterlegen ist. Hierbei wurden die Forderungen in vier Schuldnergruppen

⁵³Vgl. §47, §56 KWG.

⁵⁴Vgl. §44 KWG.

⁵⁵Vgl. Deutsche Bundesbank (2010), S. 7.

⁵⁶Als Finanzintermediäre werden Unternehmen bezeichnet, die als Bindeglied zwischen Kapitalnachfrage und Angebot fungieren. Typischerweise werden hierzu Banken, Versicherungen sowie Investmentgesellschaften gezählt.

⁵⁷Vgl. Taylor (2009), Ivashina/Scharfstein (2010), Fernando et al. (2012) und Dumontaux/Pop (2013).

⁵⁸Vgl. BCBS (1988).

⁵⁹In der Bundesrepublik Deutschland war bereits das Kreditwesengesetz (KWG) in Kraft, in dem seit 1961 wesentlichen Regelungen zum Kreditgeschäft enthalten sind.

mit unterschiedlichen Risikogewichten eingeteilt. 8 Jahre nach Veröffentlichung wurde die Unterlegungspflicht zusätzlich um Marktpreisrisiken erweitert. Basel I wurde Anfang 2007 durch das deutlich komplexer gehaltene Regelwerk Basel II innerhalb der EU ersetzt, das überwiegend auch aktuell noch Gültigkeit besitzt.⁶⁰ Wesentliche Neuerung war hierbei der Aufbau des Regelwerks nach einem 3-Säulen-Prinzip, das sich thematisch in die Themenfelder Mindestkapitalanforderungen (Säule I), bankaufsichtlicher Überprüfungsprozess (Säule II) sowie Offenlegungspflichten (Säule III) gliedert. Gegenstand der Säule I sind die zur Auswahl stehenden Ansätze zur Ermittlung der erforderlichen Mindestkapitalanforderungen, die sowohl Kredit-, Marktpreis- als auch operationelle Risiken berücksichtigen. Als großer Vorteil ist hierbei die Möglichkeit der individuellen Risikobewertung jedes einzelnen Kreditnehmers statt der sehr pauschalen und undifferenzierten Vorgehensweise nach Basel I zu nennen. Das notwendige Eigenkapital eines Kreditportfolios, im Weiteren als das regulatorische Kapital (RC) bezeichnet, ergibt sich hierbei als risikogewichtete Summe der bestehenden Forderungen multipliziert mit 8%, da in Anlehnung an Basel I das Eigenkapital weiterhin in ähnlicher Größenordnung gebildet werden soll. Es gilt somit

$$RC = \sum_i^n RWA_i \cdot 8\%. \quad (2.41)$$

Dabei beschreiben die RWAs die Höhe der risikogewichteten Forderungen (engl. Risk Weighted Assets).

Zur Bestimmung der RWAs hat jede Bank die Wahl zwischen dem sogenannten Kreditrisiko-Standardansatz (KSA) und zwei auf internen Ratings basierenden (IRB)-Ansätzen, die sich unmittelbar aus dem bereits vorgestellten ASRF-Modell ableiten lassen.⁶¹ Der KSA stellt einen sehr einfach implementierbaren Ansatz dar, da in Abhängigkeit eines extern erforderlichen Ratings jeder Forderung ein aufsichtsrechtlich vorgegebenes Risikogewicht (RW) zugeordnet werden kann.⁶² Damit ergibt sich das regulatorische Kapital im KSA unmittelbar zu

$$RC = \sum_i^n RWA_i^{KSA} \cdot 8\% = \sum_i^n RW_i \cdot F_i \cdot 8\%, \quad (2.42)$$

mit F_i = ausfallbedrohter Forderungsbetrag des Kredits i .

⁶⁰Die ursprüngliche Fassung wurde 2004 veröffentlicht, vgl. BCBS (2004b). Eine um weitere Regelungen ergänzte Version erschien 2006, vgl. BCBS (2006a), und stellt die finale Veröffentlichung des Basel-II-Regelwerks dar.

⁶¹Hierbei wird zwischen dem Basis und dem fortgeschrittenen IRB-Ansatz unterschieden. Beide unterscheiden sich nur in der Anzahl der selbst von einer Bank zu schätzenden Inputparametern. Der eigentliche Berechnungsansatz ist derselbe.

⁶²Bei nicht vorhandenen Ratings ist ein RW von 1250% vorgegeben. Zusätzlich werden speziellen Forderungsklassen auch nur pauschal ein festes Gewicht zugeordnet, wie bspw. Retailkunden, die ein Risikogewicht von 937,5% erhalten.

Die vorweg bereits genannten Vorteile von Basel II kommen jedoch erst für die IRB-Berechnungsansätze voll zum Tragen, da sich durch Verwendung Kreditnehmer-individueller Risikoparameter und den hieraus abgeleiteten Risikogewichten das Kreditrisiko eines Kreditnehmers unmittelbar in den zu hinterlegenden Eigenmitteln widerspiegelt. Aus Sicht einer Bank lassen sich auf diese Weise Einsparungen an Eigenkapital gegenüber dem Standardansatz erzielen, falls möglichst risikoarmes Kreditgeschäft betrieben wird. Die höhere Genauigkeit der IRB-Ansätze wird aber nur auf Kosten einer deutlich höheren Komplexität hinsichtlich der Implementierung und Anwendung erlangt. Zum einen ist die Entwicklung eigener Schätzmodelle für bestimmte Inputparameter erforderlich. Zum anderen ist die Berechnung der Mindestkapitalanforderungen aufwendiger. Wie zuvor gilt jedoch weiterhin, dass sich das regulatorische Kapital als risikogewichtete Summe der bestehenden Forderungen multipliziert mit 8% berechnet, d.h. es gilt

$$RC = \sum_i^n UL_i = \sum_i^n RWA_i^{IRB} \cdot 8\%. \quad (2.43)$$

Per definitionem des BCBS entsprechen sich hierbei RC und UL. Wie ein Vergleich der nun folgenden Formeln mit denen aus Kapitel 2.2.3.4 zeigen wird, lässt sich dabei der für das regulatorische Eigenkapital genutzte Berechnungsansatz auf das bereits präsentierte ASRF-Modell zurückführen. So gilt, dass die erforderlichen RWAs zu berechnen sind gemäß

$$RWA_i^{IRB} = K_i \cdot EAD_i \cdot 12,5. \quad (2.44)$$

K_i beschreibt hierbei die relative Eigenkapitalanforderung für eine bestehende Forderung und lässt sich mittels des vorgegebenen Berechnungsansatzes bestimmen⁶³

$$K_i = \left(LGD_i \cdot N \left(\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{\rho_i} \cdot N^{-1}(0,999)}{\sqrt{1 - \rho_i}} \right) - PD_i \cdot LGD_i \right) \cdot \underbrace{\frac{1 + (M - 2,5) \cdot b}{1 - 1,5 \cdot b}}_{= \text{Restlaufzeitanpassung}}, \quad (2.45)$$

mit

$$M = \text{Restlaufzeit (engl. Maturity)},$$

$$b = (0,11852 - 0,05478 \cdot \ln(PD_i))^2, \quad (2.46)$$

⁶³Der dargestellte Rechenansatz gilt für Kredite an Unternehmen, Ländern und Banken. Für andere Forderungsklassen lassen sich abweichende Formeln finden, wobei das grundsätzliche Vorgehen das gleiche bleibt.

und

$$\rho_i = 0.12 \cdot \frac{1 - e^{-50 \cdot PD_i}}{1 - e^{-50}} + 0.24 \cdot \left(1 - \frac{1 - e^{-50 \cdot PD_i}}{1 - e^{-50}} \right). \quad (2.47)$$

Die Restlaufzeitanpassung stellt dabei einen Anpassungsterm zur Vermeidung möglicher Risikounterschätzungen dar und steigt mit anwachsender Restlaufzeit sowie abnehmender PD an.⁶⁴ Für $M = 1$ Jahr ergibt der Anpassungsterm genau eins. Neben dem Konfidenzniveau in Höhe von 99,9% ist ebenfalls der Korrelationsparameter ρ durch das Regelwerk als Funktion der PD des Kreditnehmers vorgegeben. Hierbei wird unterstellt, dass sinkende PDs einhergehen mit steigender Korrelation. Zur Berechnung des erforderlichen Eigenkapitals eines Kredits sind somit nur die Parameter PD, LGD, EAD und M vorab zu bestimmen.

Unter Vernachlässigung der Restlaufzeitanpassung berechnet sich hiermit das regulatorische Eigenkapital eines Einzelkredits aus (2.43) - (2.45) zu

$$RC_i = \left(\underbrace{LGD_i \cdot EAD_i \cdot N \left(\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{\rho_i} \cdot N^{-1}(0,999)}{\sqrt{1 - \rho_i}} \right)}_{=VaR} - \underbrace{PD_i \cdot LGD_i \cdot EAD_i}_{=EL} \right). \quad (2.48)$$

Anhand dieser Formel wird offenkundig, dass das regulatorische Eigenkapital RC_i eines Kredits i als Differenz zwischen dem VaR des ASRF-Modells gemäß (2.37) und dem EL gemäß (2.6) zu ermitteln ist.⁶⁵ Hieraus folgt unmittelbar, dass die notwendigen Annahmen des ASRF-Modells⁶⁶ ebenfalls bei Ermittlung von RC_i unterstellt werden. Dass diese die Realität offenkundig nur unzureichend widerspiegeln, wird dabei bewusst in Kauf genommen, um einen geschlossenen Berechnungsansatz zu erhalten, der als Eigenschaft die bereits vorgestellte Portfolio-Invarianz besitzt.⁶⁷ Den methodischen Schwächen des Ansatzes wird jedoch in der Form Rechnung getragen, dass das gemäß Säule I ermittelte regulatorische Eigenkapital eine Untergrenze der tatsächlich erforderlichen Kapitalreserven einer Bank darstellt. Diese können infolge der noch präsentierten Anforderungen der Säule II daher weit höher ausfallen, sodass mögliche Risikounterschätzungen des ermittelten regulatorischen Eigenkapitals implizit berücksichtigt werden.

Weiter ist unter Säule I die Anerkennung von Sicherheiten und deren Berücksichti-

⁶⁴Vgl. BCBS (2005).

⁶⁵Im Unterschied zur Herleitung des ASRF-Modells in Kapitel 2.2.3.4 erfolgt die Berechnung des regulatorischen Eigenkapitals als absolute Größe, weswegen der EAD statt des Exposuregewichts w_i verwendet wird.

⁶⁶Bei den Annahmen handelt es sich um das Vorliegen eines unendlich granularen Portfolios sowie die Verwendung nur eines systematischen Faktors.

⁶⁷Vgl. BCBS (2005).

gung im Rahmen der Eigenkapitalanforderungen geregelt. Je nach gewähltem Ansatz sind unterschiedliche Regelungen zu beachten. Bei Verwendung des fortgeschrittenen IRB-Ansatzes bieten sich einer Bank die größten Freiheitsgrade, da im Vergleich zu den alternativen Ansätzen weniger aufsichtsrechtliche Vorgaben bestehen und stärker eigene Schätzungen in die Risikoberechnung einfließen können. Auch besteht für diesen Ansatz grundsätzlich die höchste Anzahl an anererkennungsfähigen Sicherheiten.

Da in den noch folgenden Untersuchungen die Basler-Mindestkapitalanforderungen als Vergleichsgröße herangezogen werden, soll gelten

$$\text{VaR}^{Basel} = \text{VaR}_{99,9\%}^{ASRF} = K + \text{EL}, \quad (2.49)$$

wobei vereinfachend von einer Vernachlässigung der Restlaufzeitanpassung ausgegangen wird bzw. als Restlaufzeit aller Kredite pauschal 1 Jahr unterstellt wird.

In Säule II werden weitere grundlegende Anforderungen sowohl an Banken als auch an Aufsichtsbehörden gestellt.⁶⁸ So gilt für Banken, dass sie über geeignete Verfahren verfügen müssen, die eine Beurteilung der Angemessenheit ihrer Eigenkapitalausstattung unter Berücksichtigung des eigenen Risikoprofils erlauben. Der hierfür einzurichtende bankinterne Prozess, auch als internes Kapitaladäquanzverfahren (engl. Internal Capital Adequacy Assessment Process, ICAAP) bezeichnet, besitzt eine fundamentale Bedeutung, da mittels diesem maßgeblich die Risikotragfähigkeit einer Bank sichergestellt werden soll.⁶⁹ Weiter besteht die Anforderung der Entwicklung einer Risikostrategie, um gegenüber der Aufsicht die Nachhaltigkeit aller Maßnahmen zur effektiven Insolvenzvermeidung gewährleisten zu können.⁷⁰ Konkrete Anforderungen an die nationalen Bankenaufsichten bestehen in der Überwachung und in einem ggf. frühzeitigen Eingreifen, um eine Verletzung der Angemessenheit der Eigenkapitalausstattung einer Bank zu verhindern. Insbesondere wird im Regelwerk betont, dass üblicherweise die gebildeten Eigenmittel einer Bank über den Mindestanforderungen zu liegen haben, d.h. es soll grundsätzlich gelten: $\text{EC}_z \geq \text{VaR}^{Basel}$.⁷¹

Unter Säule III werden abschließend die Offenlegungspflichten von Banken dargestellt. Zur Stärkung der Marktdisziplin sind hierbei Banken verpflichtet, eine Vielzahl an regelmäßigen Kerninformationen allen Marktteilnehmern zur Verfügung zu stellen.⁷²

Die Umsetzung der im Basel II-Regelwerk aufgestellten Maßnahmen in das deutsche

⁶⁸Vgl. hierzu auch die vier zentralen Grundsätze gemäß Säule II.

⁶⁹Vgl. hierzu Deutsche Bundesbank (2013).

⁷⁰Aufgrund der engen Verbundenheit zur sachgerechten Behandlung von Konzentrationsrisiken werden in Kapitel 3.2 noch tiefergehend relevante Punkte vorgestellt.

⁷¹Die in den folgenden Kapiteln durchgeführten Simulationen verdeutlichen den Sachverhalt, dass das berechnete ökonomische Kapital z.T. weit oberhalb der Mindestkapitalanforderungen liegt.

⁷²Für diesen Abschnitt des Regelwerks bestehen jedoch thematisch keine Überschneidungen zur Behandlung von Kreditrisiken, sodass von einer detaillierten Beschreibung abgesehen wird.

Recht wurde durch eine Überarbeitung des Kreditwesengesetzes Ende 2006 geregelt, sodass ab dem 01.01.2007 die vorgestellten Regelungen in Deutschland in Kraft traten. Die Konkretisierung der Umsetzung von Säule 1 sowie Säule 3 erfolgt in der sogenannten Solvabilitätsverordnung (SolvV), wohingegen die Umsetzung der Säule 2 in den Mindestanforderungen an das Risikomanagement (MaRisk) zu finden ist. Unmittelbar nach Einführung von Basel II wurde das gesamte Bankensystem infolge der Finanzkrise einem massiven Belastungstest unterworfen, durch den bereits frühzeitig Schwächen im neuen Regelwerk offenbart wurden. Allein in Deutschland musste eine Vielzahl an Banken zur Vermeidung von Liquiditätsengpässen und zur Übernahme von Risiken auf staatliche Garantien zurückgreifen.⁷³ In den Folgejahren ließen sich daher bereits notwendige Überarbeitungen der aufsichtsrechtlichen Anforderungen finden. Zunächst erschien in BCBS (2009a) und BCBS (2009b) als unmittelbare Reaktion ein überarbeitetes Regelwerk, das umgangssprachlich auch als „Basel 2.5“ bezeichnet wird. Der Hauptbestandteil dieser Änderungen zielt dabei auf die Behandlung von Marktpreisrisiken ab, da sich diese während der Finanzkrise als nicht sachgerecht und als deutlich risikounterschätzend erwiesen haben. Änderungen zur Berücksichtigung von Kreditrisiken lassen sich ausschließlich im ersten aufgeführten Dokument finden und fokussieren dabei auf die unter Säule 2 getroffenen Anforderungen mit dem Ziel der Optimierung von bankinternen Risikomanagementprozessen. Auf diese wird in Kapitel 3.2 näher eingegangen, da sie sich auch auf eine verbesserte Berücksichtigung von Konzentrationsrisiken beziehen, um insbesondere das Gesamtrisiko einer Bank genauer abbilden zu können. Eine weitere wichtige Anforderung bezieht sich auf eine verstärkte Berücksichtigung von Stresstests im Rahmen der Bestimmung einer angemessenen Kapitalausstattung von Finanzinstituten. Interessanterweise beinhalten diese Überarbeitungen jedoch keine methodischen Anpassungen der Mindestkapitalanforderung gemäß der Säule I. Einzig zur Berücksichtigung verbriefteter Kreditforderungen wurden in diesem Zuge z.T. veränderte Risikogewichte vorgegeben, um deren tatsächliche Risiken genauer abzubilden.

Trotz der Anpassungen des Basel II-Regelwerks wurde umgehend vom BCBS an der Entwicklung von Basel III gearbeitet, da weitere grundlegende Anforderungen seitens der Aufsicht als erforderlich erachtet wurden. Bereits Ende 2010 wurde hierzu vom BCBS die vorläufige Endfassung veröffentlicht, die unter Beachtung von Übergangsfristen Ende 2013 in Kraft getreten ist.⁷⁴ Basel III ist dabei nicht als Ablösung von Basel II zu verstehen, sondern ergänzt dieses um weitere wichtige Regeln, wie z.B.⁷⁵

- Einführung eines antizyklischen Kapitalpuffers, um eine übermäßig hohe Kreditvergabe in konjunkturellen Hochphasen zu verhindern bzw. in konjunkturellen Tiefphasen zu stimulieren.

⁷³Einen anschaulichen Vergleich der nationalen Rettungspakete liefert Woll (2011).

⁷⁴Vgl. BCBS (2010).

⁷⁵Vgl. für eine detaillierte Beschreibung der einzelnen Punkte z.B. Deutsche Bundesbank (2011).

- Einführung eines Rahmenwerks für ein Liquiditätsrisikomanagement, zur Vermeidung von Liquiditätsengpässen.
- Einführung einer Verschuldungsquote, um die übermäßige Verschuldung eines Finanzinstituts zu erschweren.
- Neudefinition des anrechenbaren Eigenkapitals sowie Stärkung des Kernkapitals, um durch eine erhöhte Kernkapitalquote mögliche Verluste auffangen und Insolvenzen verhindern zu können.
- Berücksichtigung des Kontrahentenrisikos bei Derivatgeschäften, um eine möglichst genaue Darstellung von Marktpreisen zu erhalten.

Eine Besonderheit ist bei der Umsetzung von Basel III zu beachten. Ein Teil der rechtlich bindenden Regelungen ist in den sogenannten Kapitaladäquanzverordnungen (engl. Capital Requirements Regulation, CRR) zu finden, die als europäische Verordnungen unmittelbar geltendes Recht darstellen und nicht gesondert im nationalen Recht umgesetzt werden müssen.⁷⁶ Darüber hinaus sind weitere Regelungen in Form der überarbeiteten europäischen Banken- und Kapitaladäquanzrichtlinien (engl. Capital Requirements Directives, CRD) festgehalten.⁷⁷ Da diese jedoch nur als Richtlinie veröffentlicht wurden, mussten sie gesondert in das deutsche Recht umgesetzt und hierzu vom Bundestag verabschiedet werden.

Die Mindestkapitalanforderungen und somit auch die modelltheoretischen Grundlagen, auf denen der Quantifizierungsansatz von Kreditrisiken basiert, sind jedoch weiterhin unverändert, wie ursprünglich im Basel II-Regelwerk definiert. Für alle in dieser Arbeit noch folgenden Untersuchungen kann damit als sachgerechte Vergleichsgröße das Basel II-Modell herangezogen werden, um so die Auswirkungen der folgenden Modellerweiterungen zu beurteilen. Für die reine Kreditrisikomessung besitzen daher die durch Basel III eingeführten Neuerungen eine nur untergeordnete Bedeutung.

⁷⁶Vgl. Europäische Union (2013b).

⁷⁷Vgl. Europäische Union (2013a).

3 Konzentrationsrisiken in Kreditportfolios

3.1 Einführung

Wie bereits einleitend in Kapitel 1 skizziert, stellen Konzentrationsrisiken mögliche Risiken dar, die aus einer ungleichmäßigen Verteilung von Krediten auf wenige Segmente oder Kreditnehmer entstehen und als eine der wesentlichen Ursachen für das Auftreten von finanziellen Schieflagen bei Finanzinstituten erachtet werden.⁷⁸ Die große Bedeutung von Konzentrationsrisiken spiegelt sich ebenfalls in einer umfangreichen Studie des BCBS (2004a) wider. In dieser werden dreizehn Banken Krisen der letzten 50 Jahre ausführlich dargestellt und mögliche Ursachen, die zur Entstehung der einzelnen Krisen beigetragen haben, herausgearbeitet. Für sieben der dreizehn untersuchten Krisen werden Konzentrationsrisiken als entscheidende Auslöser identifiziert. Für die vergangene Subprime-Krise und der hieraus resultierenden weltweiten Finanzkrise, die beide in der Studie des BCBS aufgrund des Erscheinungszeitpunktes noch nicht berücksichtigt werden konnten, gelten Konzentrationsrisiken ebenfalls als einer der ursächlichen Auslöser.⁷⁹ Insbesondere risikartenübergreifende Konzentrationen werden hierbei von dem Ausschuss der Europäischen Aufsichtsbehörden für das Bankwesen (engl. Committee of European Banking Supervisors, CEBS)⁸⁰ infolge des Zusammenbruchs des Subprime-Segments und der damit einhergehenden massiven Abwertung von hypothekenbesicherten Wertpapieren als Risikotreiber für Finanzinstitute identifiziert. Als ein weiteres Beispiel zur Verdeutlichung des schädlichen Effekts von Konzentrationsrisiken kann die bis 2001 in Deutschland tätige Schmidt-Bank genannt werden. Bei dieser führte eine übermäßig hohe Geschäftskonzentration, bedingt durch Expansionsbemühungen in strukturell schwache Regionen, wie Nordbayern sowie Teile der neuen Bundesländer, zu einem extremen Anstieg der Risiken, die nicht mehr durch das Institut getragen werden konnten, und endete schlussendlich mit der Insolvenz des Unternehmens.⁸¹

⁷⁸Vgl. Deutsche Bundesbank (2006), S. 35 ff.

⁷⁹Vgl. hierzu bspw. CEBS (2010).

⁸⁰Die CEBS ist mittlerweile Bestandteil der Europäischen Bankenaufsichtsbehörde.

⁸¹Vgl. hierzu Lütkebohmert (2009).

Trotz des nachweislich schädlichen Einflusses von Konzentrationsrisiken, lassen sich diese mittels des ASRF-Modells, das die Grundlage zur Bestimmung der Mindestkapitalforderungen darstellt, weder identifizieren noch messen.⁸² Der Grund hierfür sind die für das Modell getroffenen vereinfachenden Annahmen: die Existenz eines unendlich granularen Portfolios sowie die Nutzung nur eines systematischen Faktors zur Abbildung der Abhängigkeitsstruktur.⁸³ Im Rahmen der Säule 2 von Basel II wird jedoch gefordert, dass interne Prozesse zur Identifikation und Management von Konzentrationsrisiken implementiert sein müssen. Außerdem sind Konzentrationsrisiken bei Ermittlung des ökonomischen Kapitals zwingend zu berücksichtigen. Somit besteht aus Sicht eines Finanzinstitutes die Notwendigkeit sich mit allen möglichen Arten von Konzentrationsrisiken intensiv auseinanderzusetzen, um den erforderlichen Anforderungen nachzukommen. In der Literatur sowie seitens der Aufsichtsbehörden wird hierbei zwischen drei Arten von Konzentrationen unterschieden: Adressenkonzentrationen, Sektorkonzentrationen sowie Konzentrationen in verbundene Kreditnehmer und hieraus entstehende mögliche Ansteckungseffekte.

Die erstgenannte Klasse, Adressenkonzentration, lässt sich weiter in „Single-Name“-Konzentrationen und „Portfolio-Name“-Konzentrationen unterteilen. „Single-Name“-Konzentrationen beziehen sich auf Kreditportfolios, in denen einzelne Kreditnehmer enthalten sind, die im Portfolio ein erhebliches Exposuregewicht aufweisen. Dabei kann das sonstige Portfolio aus einer sehr großen Anzahl von Kreditnehmern bestehen, wodurch eine inhomogene Gesamtportfoliostruktur resultiert und somit Gleichung (2.29) verletzt ist. „Portfolio-Name“-Konzentrationen hingegen resultieren aus einer recht geringen Anzahl von Kreditnehmern im Portfolio, das allerdings durchaus homogen sein kann, was eine Verletzung von (2.28) als Folge hat. In beiden Fällen ist daher eine der beiden notwendigen Annahmen der unendlichen Granularität nicht erfüllt und das Kreditnehmer-spezifische (unsystematische) Risiko wird nicht perfekt diversifiziert. Um der risikoerhöhenden Wirkung von Adressenkonzentrationen im ASRF-Modell gerecht zu werden, wurde die sogenannte Granularitätsanpassung durch Wilde (2001) hergeleitet. Weitere Herleitungen, die sich z.T. hinsichtlich der verwendeten mathematischen Vorgehensweise unterscheiden sowie geringfügige methodische Abweichungen aufweisen, lassen sich in Pykhtin/Dev (2002), Martin/Wilde (2002), Gordy (2003), Gordy (2004) und Gagliardini et al. (2012) finden. Zudem wurde die Granularitätsanpassung durch Gürtler et al. (2008) erweitert und detailliert das Ausmaß von Adressenkonzentrationen in Kreditportfolios analysiert. Ein zu Wilde (2001) verwandter Ansatz ist die Anpassung von Gordy/Lütkebohmert (2013). In diesem wird ein vereinfachter Berechnungsansatz bei Vorliegen unvollständiger Daten in Form von Approximationslösungen, die als obere Grenze der Granularitätsanpassung genutzt werden können, hergeleitet. In Gordy/Marrone (2012) lässt sich ferner eine Erwei-

⁸²Diese Unzulänglichkeiten des ASRF-Modells bzgl. Konzentrationsrisiken sind Gegenstand noch folgender Untersuchungen.

⁸³Vgl. hierzu Kapitel 2.2.3.4.

terung finden, die eine Verwendung der Granularitätsanpassung in sogenannten „Mark-to-market“-Kreditrisikomodellen⁸⁴ erlaubt. Alternativ dazu fokussieren Emmer/Tasche (2005) in ihrem semi-asymptotischen Ansatz auf „Single-name“-Konzentrationen, indem sie einem einzelnen Kredit ein erhebliches Portfoliogewicht zuweisen und den restlichen Teil des Portfolios als unendlich granular annehmen.

Im Gegensatz zu Adressenkonzentrationen, die unsystematische Risiken hervorrufen, verursachen Sektorkonzentrationen einen Anstieg systematischer Risiken. Dieser entsteht durch eine ungleichmäßige Verteilung der Kreditnehmer eines Portfolios über verschiedene Industriebranchen oder geographische Regionen. Um diese Risikoklasse in Kreditrisikomodellen berücksichtigen zu können, ist die Verwendung eines Multi-Faktor-Modells zwingend erforderlich. Nur mittels korrelierter systematischer Faktoren, die jeweils die Entwicklung einzelner Segmente charakterisieren, gelingt die Abbildung einer komplexen Abhängigkeitsstruktur bezüglich der Werteentwicklung aller Kreditnehmer und die Berücksichtigung von sektorspezifischen Einflussfaktoren.⁸⁵ Verschiedene solcher Ansätze lassen sich in Schönbucher (2000), Heitfield et al. (2006), Bonti et al. (2006) und Bluhm et al. (2010) finden. Als ein Nachteil dieser simulativen Verfahren ist wiederum der hohe Zeitaufwand zu nennen, da zur Bestimmung des Risikos eine Vielzahl von Simulationsdurchläufen erforderlich ist. Zur Vermeidung dieser Laufzeitprobleme wurden neben den bereits erwähnten Varianzreduktionstechniken alternativ von Pykhtin (2004), Cespedes et al. (2006) und Düllmann (2006) analytische Verfahren entwickelt, die Näherungslösungen des tatsächlichen Risikos liefern. In Düllmann/Masschelein (2007) und Gürtler et al. (2010) weisen die zwei erstgenannten Verfahren eine hohe Approximationsgüte in durchgeführten Performance-Tests auf. In beiden Studien wird zusätzlich das Ausmaß von Sektorkonzentrationen analysiert und als Folge ihrer Ergebnisse die Relevanz dieser Risikoklasse für Kreditportfolios betont. Weitere empirische Studien, die ebenfalls die Bedeutung von Sektorkonzentration im Rahmen der Kreditrisikomessung hervorheben, finden sich in Bandyopadhyay (2010), Dietsch/Petey (2011) und Turkmen/Yigit (2012).

Die letztgenannte Risikoklasse umfasst Ansteckungsrisiken, die in Folge von Konzentrationen in wirtschaftlich verbundene Unternehmen auftreten können. Konkret ergeben sich diese aus Geschäftsbeziehungen zwischen Unternehmen, für die die Zahlungsunfähigkeit eines Unternehmens Auswirkungen auf die Finanzlage anderer Unternehmen hat und mithin ein Kreditnehmerausfall im Kreditportfolio unmittelbar zu weiteren Ausfällen verbundener Kreditnehmer führen kann. Typische Beispiele für das Auftreten dieser Risikoklasse sind der Interbankenmarkt und die Handelsbeziehungen zwischen Zulieferern und Herstellern. Im ersten Fall kann die Kreditvergabe von Banken untereinander da-

⁸⁴Die in Rede stehende Modellklasse erlaubt im Rahmen der Risikoquantifizierung zusätzlich zur Modellierung von Kreditausfällen die Berücksichtigung möglicher Ratingveränderungen von Kreditnehmern.

⁸⁵Vgl. hierzu Kapitel 2.2.3.2.

zu führen, dass bei Ausfall einer Bank auch die Existenz weiterer Banken bedroht wird. Im zweiten Fall birgt die Abhängigkeit eines Zulieferers von nur wenigen Abnehmern die Gefahr, dass bei Ausfall eines Abnehmers auch der Zulieferer ausfällt.⁸⁶ Aufgrund von möglichen vorliegenden Asymmetrien in der Abhängigkeit können diese in den vorgestellten Faktor-Modellen nicht abgebildet werden, da mittels systematischer Faktoren auch nur systematische Abhängigkeiten modelliert werden können. Im Gegensatz zu den beiden zuvor beschriebenen Arten von Konzentrationsrisiken stellen Ansteckungseffekte ein in der Literatur erst in der jüngeren Vergangenheit intensiver behandeltes Themengebiet dar. Eine Vielzahl an Veröffentlichungen untersucht dabei Ansteckungseffekte vor dem Hintergrund der vergangenen Finanzkrise zur Erklärung beobachtbarer Verhaltensmuster an Finanzmärkten.⁸⁷ Darüber hinaus wird in empirischen Studien, wie z.B. Duffie et al. (2009), Jorion/Zhang (2009), Lando/Nielsen (2010) und Azizpour et al. (2014), nachgewiesen, dass Ausfälle von Krediten häufiger gemeinsam auftreten können, als durch die implizierte Ausfallkorrelation der gängigen Risikomodelle zu erwarten wäre. Die Autoren der Studien kommen dabei zu der Schlussfolgerung, dass zusätzlich zu den üblichen systematischen Faktoren weitere Risikotreiber die Ausfallwahrscheinlichkeit von Krediten maßgeblich beeinflussen können und somit im Rahmen der Ermittlung des ökonomischen Kapitals zu berücksichtigen sind. Diese gewonnenen Erkenntnisse verdeutlichen grundsätzlich die hohe Relevanz des in Rede stehenden Ansteckungseffekts.

Eines der ersten Modelle, das explizit Ansteckungsrisiken quantifiziert, stammt von Davis/Lo (2001). In diesem wird unterstellt, dass der Ausfall eines Kredits im Kreditportfolio unmittelbar zu einer Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit aller anderen Kredite führt. Eine Erweiterung dieses Modells liefern Cousin et al. (2013), indem sie zusätzlich einen mehrperiodischen Betrachtungszeitraum erlauben sowie die notwendigen Verteilungsannahmen allgemeiner festlegen. Zwei weitere Ansätze, die ähnlich zum Modell von Davis/Lo eine Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit von Krediten in Abhängigkeit der Anzahl bereits ausgefallener Kredite unterstellen, lassen sich in Neu/Kühn (2004) und Rösch/Winterfeldt (2008) finden. In Egloff et al. (2007) wird hingegen die Möglichkeit der Ansteckung von verbundenen Kreditnehmern innerhalb eines Faktor-Modells in der Form abgebildet, dass für verbundene Unternehmen zusätzlich eine Abhängigkeit mittels unsystematischer Faktoren besteht. Hierdurch lassen sich beliebig komplexe Abhängigkeitsstrukturen abbilden und simulieren. Weitere Ansätze, die ebenfalls Erweiterungen von Faktor-Modellen darstellen, lassen sich in Oh (2007), Bonollo et al. (2009) und Lee/Poon (2014b) finden.

Unabhängig von der Wahl des zu verwendenden Modells, besteht die eigentliche Herausforderung jedoch in der vorweg notwendigen Modellkalibrierung, um die innerhalb eines

⁸⁶Vgl. hierzu Giesecke/Weber (2004) und Giesecke/Weber (2006).

⁸⁷Vgl. bspw. Longstaff (2010), Stulz (2010), Beirne/Fratzscher (2013) und Dumontaux/Pop (2013).

betrachteten Kreditportfolios bestehenden Abhängigkeiten sowie Ansteckungseffekte adäquat abzubilden. Insbesondere lassen sich hierfür noch keine etablierten Vorgehensweisen zur Parameterableitung finden, da sich bereits seit langem die Verfügbarkeit geeigneter empirischer Daten zur Beschreibung von möglichen direkten Abhängigkeiten und daraus resultierenden Ansteckungen als problematisch erweist.⁸⁸ Dies zeigt sich bemerkenswerterweise auch daran, dass z.B. in Rösch/Winterfeldt (2008) und Castagna et al. (2009) nicht begründbare Annahmen getroffen werden müssen, um überhaupt einzelne Inputparameter bestimmen zu können, da deren Ableitung aus empirischen Daten nicht möglich ist.⁸⁹ Abschließend soll daher festgehalten werden, dass im Gegensatz zu den beiden erst genannten Arten von Konzentrationsrisiken, für deren Berücksichtigung sich ein Großteil der notwendigen Inputparameter gewissermaßen unmittelbar aus der vorliegenden Portfoliostruktur ableiten lässt, zur Berücksichtigung von Ansteckungseffekten darüber hinaus auch detaillierte Informationen hinsichtlich der Verbundenheit von Kreditkunden innerhalb eines Portfolios notwendig sind. Es kann davon ausgegangen werden, dass für Banken die Beschaffung aller hierfür notwendigen Informationen eine große Herausforderung darstellt.

3.2 Aufsichtsrechtliche Vorgaben zur Berücksichtigung von Konzentrationsrisiken

Bereits bei Inkrafttreten von Basel II im Jahr 2007 galten aus Sicht des BCBS Konzentrationsrisiken als „die wohl wesentlichste Ursache für Krisensituationen in Banken“.⁹⁰ Bestandteil der ersten finalen Fassung der Basler Eigenkapitalvorschriften waren daher bereits konkrete Vorgaben zur Behandlung von Konzentrationsrisiken, wobei in erster Linie aus dem Kredit- und Marktpreisrisiko resultierende Konzentrationen im Fokus standen. Auf diese Regelungen wird im Folgenden näher eingegangen. Im Rahmen der unter Säule I definierten Vorgehensweisen zur Ermittlung des regulatorisch vorgeschriebenen Eigenkapitals sind hiervon einzelne Textziffern betroffen, die die Behandlung von Kreditrisikominderungstechniken und Kreditderivaten sowie die Ausgestaltung von Ratingsystemen beschreiben. Für die beiden erstgenannten Themenfelder zielen die Regelungen darauf ab, dass durch Hinzunahme von Sicherheiten und Kreditderivaten unter Umständen

⁸⁸Vgl. Deutsche Bundesbank (2006), S. 50.

⁸⁹Bei Einteilung der Portfolios in Kredite, durch deren Ausfall weitere Ausfälle bedingt werden, wählen die Autoren der ersten Studie einen Verhältniswert, den sie selbst als willkürlich gewählt beschreiben, vgl. Rösch/Winterfeldt (2008), S. 80. In Castagna et al. (2009) werden mittels der vollständigen Einkommensquellen jedes Kreditnehmers direkte Abhängigkeiten innerhalb eines Kreditportfolios abgeleitet. Das Vorliegen dieser Daten erscheint jedoch als fragwürdig, da solche Informationen üblicherweise nicht öffentlich verfügbar sind.

⁹⁰Vgl. BCBS (2006a), Tz. 770.

neue Risiken aus Sicht einer Bank generiert werden. Bei einer Vielzahl gleichartiger bzw. stark abhängiger Instrumente können dementsprechend Konzentrationsrisiken entstehen, was deren Berücksichtigung und ggf. auch deren Limitierung erfordert.⁹¹ Bei Nutzung eigenständig entwickelter Ratingsysteme für Kredite an Unternehmen, Staaten und Banken sind Finanzinstitute dazu angehalten, übermäßige Konzentrationen von gerateten Kunden in einzelnen Ratingklassen zu vermeiden, um eine möglichst sinnvolle Rating-Verteilung über mindestens acht verschiedene Klassen zu erhalten.⁹² Erhebliche Konzentrationen in eine oder mehrere Klassen sind nur mittels eines empirischen Nachweises gestattet, der belegt, „dass diese Klasse oder Klassen ein hinreichend enges PD-Band umfassen und das Ausfallrisiko aller Kreditnehmer einer Klasse innerhalb dieses Bandes liegt.“⁹³

Des weiteren werden in Säule II Anforderungen an das Risikomanagement von Banken gestellt, auf welche Weise Konzentrationsrisiken sachgerecht im Rahmen der Risikoquantifizierung zu berücksichtigen sind und wie diese innerhalb eines regelmäßig durchzuführenden Berichtswesens darzustellen sind. Insbesondere werden explizit Konzentrationsrisiken als Beispiel für mögliche Risiken aufgeführt, die unter Säule I nicht vollständig erfasst werden.⁹⁴ Jede Bank steht daher in der Verantwortung, eine angemessene Eigenkapitalausstattung zu gewährleisten und gegenüber der eigenen Geschäftsleitung sowie der Aufsicht für eine hohe Transparenz der eingegangenen Risiken (inklusive möglicher Konzentrationsrisiken) zu sorgen. Wichtige Punkte sind hierbei

- „Bei komplexeren Banken sollte die Beurteilung der Eigenkapitalausstattung im Rahmen der Kreditüberprüfung mindestens die folgenden vier Bereiche abdecken: Risikoratingsysteme, Portfolioanalyse/Aggregation, Verbriefungen/komplexe Kreditderivate sowie Großkredite und Risikokonzentrationen“.⁹⁵
- „Die Analyse des Kreditrisikos sollte in angemessener Weise alle Schwächen auf Portfolioebene identifizieren, einschließlich etwaiger Risikokonzentrationen. Sie sollte zudem die Risiken angemessen berücksichtigen, die mit der Handhabung von Kreditkonzentrationen und anderen Portfolioproblemen durch den Einsatz z.B. von Verbriefungen und komplexen Kreditderivaten verbunden sind“.⁹⁶
- „Eine Bank sollte ihr Risikomanagementverfahren regelmäßig darauf überprüfen, dass es nach wie vor stabil, genau und in sich schlüssig ist. Zu den Bereichen, die

⁹¹Vgl. BCBS (2006a), Tz. 115, Tz. 495, Tz. 496, Tz. 497, Tz. 511.

⁹²Vgl. BCBS (2006a), Tz. 403, Tz. 404. Vergleichbare Anforderungen gelten ebenfalls für Ratingsysteme von Retail-Krediten. Jedoch sind diese im Vergleich allgemeiner und weniger umfangreich gehalten, vgl. BCBS (2006a), Tz. 409.

⁹³Vgl. BCBS (2006a), Tz. 406.

⁹⁴Vgl. BCBS (2006a), Tz. 724.

⁹⁵Vgl. BCBS (2006a), Tz. 733.

⁹⁶Vgl. BCBS (2006a), Tz. 735.

überprüft werden sollten, zählt die Identifizierung von Großkrediten und Risikokonzentrationen“.⁹⁷

Ferner widmet sich ein einzelner Abschnitt im Detail den Besonderheiten von Kreditkonzentrationen und führt eine grundlegende Begriffserklärung herbei.⁹⁸ In diesem wird auch explizit hervorgehoben, dass durch die Anrechnung von gleichwertigen Sicherheitentypen oder Garantiegebern Konzentrationsrisiken entstehen können, die dem Kreditrisiko zuzurechnen sind.⁹⁹ Wenig überraschend entsprechen sich grundsätzlich die Sichtweisen des BCBS und die der Deutschen Bundesbank, die bereits in Kapitel 3.1 skizziert wurden. Zusammenfassend lässt sich an dieser Stelle festhalten, dass bereits in den Veröffentlichungen von 2006 im Basel II-Regelwerk die in Rede stehenden Konzentrationsrisiken angesichts ihrer hohen Bedeutung als angemessen berücksichtigt erachtet werden können.

Die rechtlich verbindlichen Vorgaben der unter Säule 2 geforderten Regelungen für in Deutschland tätige Finanzinstitute lassen sich erstmalig in der durch die Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (BaFin) zum 20.12.2005 veröffentlichten MaRisk finden.¹⁰⁰ Anforderungen zur Behandlung von Konzentrationsrisiken sind in dieser jedoch erstaunlicherweise nur vereinzelt zu finden und auch nur sehr allgemein formuliert, sodass diese einen hohen Interpretationsspielraum hinsichtlich der konkreten Umsetzung bieten. Mit Bezug auf Kreditrisiken lassen sich sogar nur genau zwei Anforderungen finden. So wird zum einen im Zusammenhang mit der erforderlichen Risikostrategie einer Bank eine Begrenzung von Konzentrationsrisiken gefordert.¹⁰¹ Weiter wird formuliert, dass für Kreditrisiken alle wesentlichen verbundenen Risiken, wie z.B. Konzentrationsrisiken, mittels geeigneter Maßnahmen gesteuert und überwacht werden können.¹⁰² In der ersten überarbeiteten Fassung, veröffentlicht am 30.10.2007, lassen sich bzgl. der Regelungen zu Konzentrationsrisiken keinerlei Änderungen oder Ergänzungen finden.¹⁰³ Offenkundig bestand zu diesem Zeitpunkt aus Sicht der BaFin kein Bedarf an strikteren Regelungen.

Als Folge der Finanzkrise und der Aufarbeitung möglicher regulatorischer Schwachstellen wurden die aufsichtsrechtlichen Vorgaben jedoch verschärft und insbesondere deutlich konkreter formuliert, um Finanzinstituten vorhandene Freiräume bei der Umsetzung möglichst einzuengen. Innerhalb von nur rund 18 Monaten erschienen zwei überarbeitete Fassungen der MaRisk, die beide Änderungen bzgl. der Behandlung von Konzentrations-

⁹⁷ Vgl. BCBS (2006a), Tz. 745.

⁹⁸ Vgl. BCBS (2006a), Tz. 770 - Tz. 777.

⁹⁹ Statt von Sicherheitenkonzentrationen wird jedoch an dieser Stelle von indirekten Kreditrisiken gesprochen. In Kapitel 4 wird dieses Thema aufgegriffen und die möglichen Auswirkungen bei existierenden Sicherheitenkonzentrationen näher untersucht.

¹⁰⁰ Vgl. BaFin (2005).

¹⁰¹ Vgl. BaFin (2005), AT 4.2, Tz.2.

¹⁰² Vgl. BaFin (2005), BTR 1.1 Tz.6.

¹⁰³ Vgl. BaFin (2007).

risiken enthielten.¹⁰⁴ Bemerkenswerterweise waren in der ersten vorläufigen Fassung von 2009 Konzentrationsrisiken sogar als eigener Teil im Modul „Besonderer Teil“ angedacht, was jedoch in der Endfassung revidiert wurde, sodass sich stattdessen die meisten dieser Anforderungen im allgemeinen Teil wiederfinden ließen. Als wichtigste Änderungen beider Veröffentlichungen sind zum einen die geforderte Berücksichtigung von Konzentrationsrisiken bei Durchführung von Stresstests und die Berücksichtigung im Rahmen der Risikotragfähigkeit sowie im Rahmen der Erstellung eines regelmäßigen Risikoberichts zu nennen. In Tabelle 3.1 lässt sich hierzu eine Übersicht aller relevanter Anforderungen im Kontext der Kreditrisikomessung sowie ein Vergleich zwischen den unterschiedlichen veröffentlichten Fassungen finden, der die Zunahme an aufsichtsrechtlichen Vorgaben verdeutlicht.¹⁰⁵

Weiter lässt sich in CEBS (2010) ein Leitfaden zur grundsätzlichen Behandlung von Konzentrationsrisiken finden, der die Sichtweise des CEBS wiedergibt. Wichtige Punkte sind hierbei die grundsätzliche Behandlung von verbundenen Unternehmen sowie die Darstellung von risikoartenübergreifenden Konzentrationen. In diesem Zusammenhang wird erstmals unterschieden zwischen Intra-Konzentrationen und Inter-Konzentrationen. Die erste Form beschreibt hierbei die klassische Sichtweise von Konzentrationen innerhalb derselben Risikoart, wohingegen die zweite Form auf risikoartenübergreifende Konzentrationen abzielt. Sowohl CEBS als auch die BaFin betonen, dass potentielle Inter-Konzentrationen stärker in den Fokus einer Bank rücken müssen, da durch eine isolierte Betrachtung jeder Risikoart keine vollständige Berücksichtigung aller Risiken aufgrund des genannten Effekts erfolgen kann.¹⁰⁶ Weiter lassen sich zu den möglichen Arten von Konzentrationsrisiken umfangreiche Beschreibungen finden. Die Veröffentlichung dieses Leitfadens war einer der Hauptgründe für die Neufassung der MaRisk, um die Anforderungen der europäischen Bankaufsicht in das deutsche Recht zu überführen.¹⁰⁷

¹⁰⁴Vgl. BaFin (2009) und BaFin (2010). Die erste Fassung wurde am 14.08.2009 sowie die zweite am 15.12.2010 veröffentlicht.

¹⁰⁵Die aktuell geltende Fassung vom 14.12.2012, BaFin (2012), bleibt hierbei unberücksichtigt, da diese keine Änderungen bzgl. der Behandlung von Konzentrationsrisiken gegenüber BaFin (2010) beinhaltet.

¹⁰⁶In diesem Zuge wird die noch vorherrschende „Silo-Sichtweise“ innerhalb von Banken kritisiert, vgl. CEBS (2010).

¹⁰⁷Vgl. hierzu das Anschreiben der BaFin im Rahmen der Veröffentlichung von BaFin (2010).

Tabelle 3.1: Regulatorische Vorgaben der MaRisk zur Behandlung von Konzentrationsrisiken

Abschnitt	Fassung 2004	Fassung 2009	Fassung 2010
AT 4.1 Tz.1	Auf der Grundlage des Gesamtrisikoprofils ist sicherzustellen, dass die wesentlichen Risiken des Instituts durch das Risikodeckungspotenzial, gegebenenfalls unter Berücksichtigung von Wechselwirkungen, laufend abgedeckt sind und damit die Risikotragfähigkeit gegeben ist.	keine Änderung gegenüber der Fassung 2004	Auf der Grundlage des Gesamtrisikoprofils ist sicherzustellen, dass die wesentlichen Risiken des Instituts durch das Risikodeckungspotenzial, unter Berücksichtigung von Risikokonzentrationen , laufend abgedeckt sind und damit die Risikotragfähigkeit gegeben ist.
AT 4.2 Tz.2	Die Risikostrategie hat, ..., die Ziele der Risikosteuerung der wesentlichen Geschäftsaktivitäten zu umfassen. Begrenzung von Risikokonzentrationen ist im Rahmen der Festlegung der Risikostrategie angemessenen Rechnung zu tragen.	Die Risikostrategie hat, ..., die Ziele der Risikosteuerung der wesentlichen Geschäftsaktivitäten zu umfassen. Risikokonzentrationen sind dabei auch mit Blick auf die Ertragssituation des Instituts (Ertragskonzentrationen) zu berücksichtigen.	Die Risikostrategie hat, ..., die Ziele der Risikosteuerung der wesentlichen Geschäftsaktivitäten sowie die Maßnahmen zur Erreichung dieser Ziele zu umfassen. Insbesondere sind, unter Berücksichtigung von Risikokonzentrationen , für alle wesentlichen Risiken Risikotoleranzen festzulegen. Risikokonzentrationen sind dabei auch mit Blick auf die Ertragssituation des Instituts (Ertragskonzentrationen) zu berücksichtigen.
AT 4.3.2 Tz.1	Das Institut hat angemessene Risikosteuerungs- und -controllingprozesse einzurichten, die eine Identifizierung, Beurteilung, Steuerung sowie Überwachung und Kommunikation der wesentlichen Risiken gewährleisten. Diese Prozesse sollten in ein integriertes System zur Ertrags- und Risikosteuerung eingebunden werden.	Das Institut hat angemessene Risikosteuerungs- und -controllingprozesse einzurichten, die eine Identifizierung, Beurteilung, Steuerung sowie Überwachung und Kommunikation der wesentlichen Risiken und damit verbundener Risikokonzentrationen gewährleisten.	Das Institut hat angemessene Risikosteuerungs- und -controllingprozesse einzurichten, die eine Identifizierung, Beurteilung, Steuerung sowie Überwachung und Kommunikation der wesentlichen Risiken und damit verbundener Risikokonzentrationen gewährleisten. Dabei sind angemessene Vorkehrungen zur Begrenzung von Risikokonzentrationen zu treffen.
AT 4.3.2 Tz.3 (bzw. AT 4.3.3 in Fassung 2010)	Für die im Rahmen der Risikotragfähigkeit berücksichtigten Risiken sind regelmäßig angemessene Szenariobetrachtungen anzustellen.	Es sind regelmäßig angemessene Stresstests für die wesentlichen Risiken durchzuführen. Dies hat auf der Basis der für die jeweiligen Risiken identifizierten wesentlichen Risikofaktoren zu geschehen. Die Stresstests haben insbesondere auch Risikokonzentrationen und Risiken aus außerbilanziellen Gesellschaftskonstruktionen zu berücksichtigen.	Es sind regelmäßig angemessene Stresstests für die wesentlichen Risiken durchzuführen, die Art, Umfang, Komplexität und den Risikogehalt der Geschäftsaktivitäten widerspiegeln. Hierfür sind die für die jeweiligen Risiken wesentlichen Risikofaktoren zu identifizieren. Die Stresstests haben sich auch auf die angenommenen Risikokonzentrationen und Diversifikationseffekte innerhalb und zwischen den Risikoarten zu erstrecken.

AT 4.3.2 Tz.4	Die Geschäftsleitung hat sich in angemessenen Abständen über die Risikosituation und die Ergebnisse der Szenariobetrachtungen berichten zu lassen. Die Risikoberichterstattung ist in nachvollziehbarer, aussagefähiger Art und Weise zu verfassen. Sie hat neben einer Darstellung auch eine Beurteilung der Risikosituation zu enthalten.	Die Geschäftsleitung hat sich in angemessenen Abständen über die Risikosituation und die Ergebnisse der Stresstests berichten zu lassen. Die Risikoberichterstattung ist in nachvollziehbarer, aussagefähiger Art und Weise zu verfassen. Insbesondere sind die Ergebnisse der Stresstests und ihre potentiellen Auswirkungen auf die Risikosituation und die Risikodeckungspotenziale darzustellen.	In den Risikoberichten sind insbesondere auch die Ergebnisse der Stresstests und deren potenzielle Auswirkungen auf die Risikosituation und das Risikodeckungspotenzial darzustellen. Ebenfalls darzustellen sind die den Stresstests zugrunde liegenden wesentlichen Annahmen. Darüber hinaus ist auch auf Risikokonzentrationen und deren potenzielle Auswirkungen gesondert einzugehen.
BTR 1.1 Tz.1	Das Institut hat durch geeignete Maßnahmen sicherzustellen, dass die Adressenausfallrisiken unter Berücksichtigung der Risikotragfähigkeit begrenzt werden können.	Das Institut hat durch geeignete Maßnahmen sicherzustellen, dass Adressenausfallrisiken und damit verbundene Risikokonzentrationen unter Berücksichtigung der Risikotragfähigkeit begrenzt werden können.	keine Änderung gegenüber der Fassung 2009.
BTR 1.1 Tz.6	Durch geeignete Maßnahmen ist sicherzustellen, dass wesentliche gesamtgeschäftsbezogene Risiken (z.B. Branchenrisiken, Verteilung der Engagements auf Größenklassen und sonstige Konzentrationsrisiken) gesteuert und überwacht werden können.	Risikokonzentrationen sind zu identifizieren. Gegebenenfalls vorhandene Abhängigkeiten sind dabei zu berücksichtigen. Bei der Beurteilung der Risikokonzentrationen ist auf qualitative und, soweit möglich, auf quantitative Verfahren abzustellen. Risikokonzentrationen sind mit Hilfe geeigneter Verfahren zu steuern und zu überwachen (z. B. Limite, Ampelsysteme oder auf Basis anderer Vorkehrungen).	keine Änderung gegenüber der Fassung 2009.
BTR 1.1 Tz.7	In regelmäßigen Abständen, mindestens aber vierteljährlich, ist ein Risikobericht, in dem die wesentlichen strukturellen Merkmale des Kreditgeschäfts enthalten sind, zu erstellen und der Geschäftsleitung zur Verfügung zu stellen. Der Risikobericht hat die folgenden Informationen zu umfassen: a) die Entwicklung des Kreditportfolios, z. B. nach Branchen, Ländern, Risikoklassen und Größenklassen oder Sicherheitenkategorien. ...	In regelmäßigen Abständen, mindestens aber vierteljährlich, ist ein Risikobericht, in dem die wesentlichen strukturellen Merkmale des Kreditgeschäfts enthalten sind, zu erstellen und der Geschäftsleitung zur Verfügung zu stellen. Der Risikobericht hat die folgenden Informationen zu umfassen: a) die Entwicklung des Kreditportfolios, z. B. nach Branchen, Ländern, Risikoklassen und Größenklassen oder Sicherheitenkategorien unter besonderer Berücksichtigung von Risikokonzentrationen	keine Änderung gegenüber der Fassung 2009.

Die letzten relevanten Änderungen, die auf die Behandlung von Konzentrationsrisiken abzielen, sind in den 2013 veröffentlichten CRRs zu finden. So wurden die ursprünglich im KWG geltenden Regelungen zur Behandlung von Großkrediten durch die der CRR abgelöst und z.T. abgeändert. Auf die aktuellen Anforderungen wird in Kapitel 3.3.1 näher eingegangen, da anhand eines Beispiels verdeutlicht werden soll, dass diese effektiv das Auftreten von Adressenkonzentration verhindern. Weiter lassen sich in den CRRs ebenfalls Regelungen zum Umgang mit Gruppen wirtschaftlich verbundener Unternehmen finden, um mögliche hieraus resultierende Konzentrationsrisiken im Rahmen der Risikoquantifizierung zu berücksichtigen. Nach Art. 4, Abs. 1, Nr. 39, CRR sind sogenannte Gruppen verbundener Unternehmen immer dann zu bilden, falls entweder

- „zwei oder mehrere natürliche oder juristische Personen insofern eine Einheit bilden, als eine von ihnen über eine direkte oder indirekte Kontrolle über die andere oder die anderen verfügt“,
- „zwei oder mehr natürliche oder juristische Personen, zwischen denen kein Kontrollverhältnis (...) besteht, die aber im Hinblick auf das Risiko als Einheit anzusehen sind, da zwischen ihnen Abhängigkeiten bestehen, die es wahrscheinlich erscheinen lassen, dass bei finanziellen Schwierigkeiten, insbesondere Finanzierungs- oder Rückzahlungsschwierigkeiten, eines dieser Kunden auch andere bzw. alle anderen auf Finanzierungs- oder Rückzahlungsschwierigkeiten stoßen.“

Bei Identifizierung solch einer Gruppe ist diese im Rahmen der Ermittlung der Mindestkapitalanforderungen sowie im Rahmen der Behandlung von Großkrediten als einzelne Risikoposition zu behandeln. Die aufsichtsrechtliche Berücksichtigung verbundener Unternehmen stellt offensichtlich eine äußerst konservativ Vorgehensweise dar, da der Grad der Abhängigkeit zwischen den einzelnen Unternehmen einer Gruppe keine Rolle spielt. Jedoch kann mittels dieser, bei einer konsequenten Berücksichtigung innerhalb der internen Risikomanagementprozesse einer Bank, das Auftreten von risikoerhöhenden Konzentrationen in verbundene Unternehmen erschwert, wenn nicht gar vollständig verhindert werden.

3.3 Adressenkonzentration

3.3.1 Grundlagen

Bei Existenz von Adressenkonzentration innerhalb eines Kreditportfolios ist ein signifikanter Einfluss unsystematischer Risiken auf das Gesamtrisiko messbar. Vollständige

Diversifikation dieser Risiken kann nur bei Vorliegen unendlich granularer Portfolios erreicht werden. Anhand der beiden hierfür zu erfüllenden Bedingungen¹⁰⁸ kann anschaulich verdeutlicht werden, in welcher Form Adresskonzentration auftreten kann, wobei hierbei zwischen „Single-Name“-Konzentrationen und „Portfolio-Name“-Konzentrationen unterschieden werden soll.¹⁰⁹

Wie bereit in Kapitel 3.1 angemerkt, tritt die erstgenannte Form von Konzentration üblicherweise immer dann auf, wenn mindestens ein im Portfolio vorhandener Kredit ein im Vergleich zu den restlichen Krediten deutlich größeres Exposuregewicht aufweist und somit eine heterogene Portfoliostruktur vorliegt. Häufig wird diese Form der Konzentration auch als Klumpenrisiko bezeichnet.¹¹⁰ Für den theoretischen Fall eines unendlich großen Portfolios führt die Existenz von Krediten, deren Exposuregewichte nicht gegen null konvergieren, zu einer Verletzung der Ungleichung (2.29). Anhand von Abbildung 3.1 soll die Relevanz von heterogenen Portfoliostrukturen verdeutlicht werden. Dargestellt ist

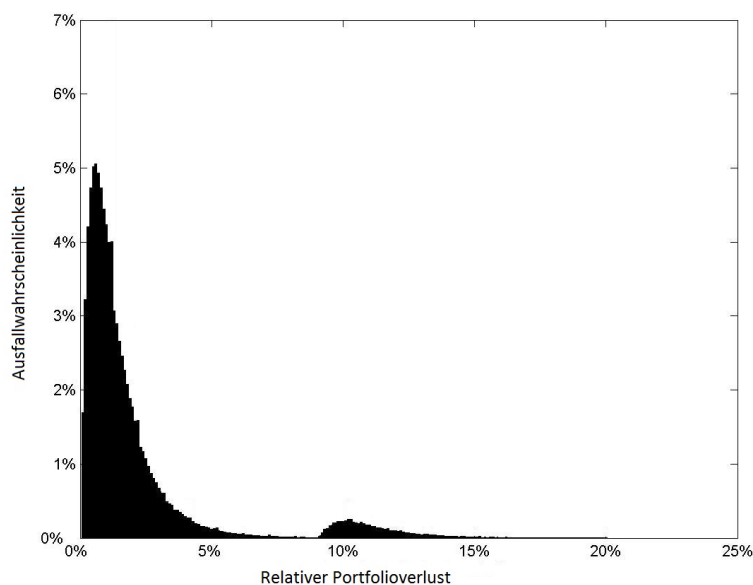


Abbildung 3.1: Verlustverteilung bei existierendem Klumpenrisiko

der Verlauf einer simulierten Verlustverteilung eines Kreditportfolios, bestehend aus 1000 homogenen Krediten mit $PD = 1\%$ sowie einem Kredit mit $PD = 7\%$ und Exposuregewicht $w = 9\%$. Die Hinzunahme des heterogenen Einzelkredits führt unmittelbar zu einer „Single-Name“-Konzentration und wirkt sich in der simulierten Verteilung in Form eines deutlich sichtbaren Anstiegs im rechten Ast der Verteilung aus. Die Eintrittswahrschein-

¹⁰⁸Vgl. Kapitel 2.2.3.2.

¹⁰⁹Vgl. Kapitel 3.1.

¹¹⁰Vgl. BCBS (2006b).

lichkeit für Portfolioverluste nimmt also im Beispiel in gewissen Bereichen mit steigender Verlusthöhe kurz wieder zu. Da der Verlustverteilung des ASRF-Modells die Dichte der Normalverteilung zugrunde liegt und diese im Tail-Bereich für abnehmende Realisationen von X einen streng monoton abnehmenden Verlauf besitzt, kann solch ein „Klumpen“ innerhalb der Verlustfunktion nicht sachgerecht modelliert werden.¹¹¹ In Abhängigkeit des zugrundeliegenden Kreditportfolios besteht daher bei Verwendung des ASRF-Modells die Gefahr einer systematischen Risikounterschätzung. Für das Beispielportfolio ergibt sich der mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen berechnete VaR zu 9,5%. Hingegen fällt der VaR des ASRF-Modells mit 7,9% signifikant kleiner aus, womit eine Risikounterschätzung von knapp 16% vorliegt. Im Beispiel wurde bewusst eine sehr extreme Konzentration erzeugt, die in dieser Höhe für real-existierende Portfolios als äußerst unwahrscheinlich angesehen werden kann. Aufgrund aufsichtrechtlicher Anforderungen gemäß Art. 395 CRR liegt bei Vergabe an einzelne Kreditnehmer bzw. je Gruppe verbundener Kreditnehmer die Obergrenze der Kredithöhe bei 25% des haftenden Eigenkapitals.¹¹² In Summe darf die Höhe aller vergebenen Großkredite nicht mehr als 600% des haftenden Eigenkapitals beanspruchen. Somit ist in Deutschland bzw. innerhalb der EU, für die die CRR Gültigkeit besitzt, bereits eine aufsichtsrechtliche Regelung in Kraft, die effektiv das Auftreten von Klumpenrisiken von vornherein verhindert. Bezogen auf das vorherige Beispiel hätte die gesetzliche Regelung zur Folge, dass das maximale Exposurgewicht eines Einzelkredites bei ca. 2% liegt.¹¹³ Unter Berücksichtigung dieser Obergrenze und den hieraus notwendigen Anpassungen aller Exposuregewichte im Beispielportfolio ergibt sich bei ansonsten gleichbleibenden Inputparametern ein simulierter VaR von 7,3% und ein VaR bei Verwendung des ASRF-Modells von 7,2%. Eine Risikounterschätzung aufgrund von „Single-Name“-Konzentration wird somit durch Beschränkung der Exposuregewichte auf einfache Weise minimiert und spielt im Rahmen der Risikoquantifizierung eine untergeordnete Rolle. Die eigentliche Herausforderung zur Vermeidung bzw. frühzeitigen Identifikation der in Rede stehenden Konzentrationen liegt für ein Finanzinstitut vielmehr in der Ausgestaltung eines internen Data-Warehouses, das eine systematische Erfassung und Aufbereitung aller erforderlichen Geschäftsdaten ermöglichen muss und der eigentlichen Risikoberechnung vorgelagert ist. Da die Behandlung von Großkrediten je Kreditnehmer bzw. je Gruppe verbundener Kunden zu erfolgen hat, besteht für ein Finanzinstitut die Notwendigkeit der Identifikation aller Einzelengagements eines Kreditnehmers bzw. einer Gruppe, um die Gesamtkredithöhe jedes Kunden fortwährend vorliegen zu haben. Nur auf diese Weise kann bei Ausweitung des Kreditgeschäfts mit einem Kunden bzw. einer Grup-

¹¹¹Vgl. hierzu (2.37). Als entscheidend erweist sich bei dieser Formel die Normalverteilungsannahme der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit, die die Monotonie-Eigenschaft der Verlustverteilung im Tail-Bereich hervorruft.

¹¹²Bis Ende 2013 galten hierfür noch die Anforderungen für Groß- und Millionenkredite nach §13 KWG, wobei die Obergrenze ebenfalls bei 25% lag.

¹¹³Vereinfachend wird hierbei unterstellt, dass das haftende Eigenkapital genau der Mindesthöhe von 8% entspricht. Damit ergibt sich die Obergrenze bei Vergabe eines Großkredits zu $8\% \cdot 25\% = 2\%$.

pe gewährleistet sein, dass die Summe aller Einzelengagements weiterhin innerhalb der gestatteten Grenzen liegt. Auch im Eigeninteresse einer Bank sollten grundsätzlich solche wichtige Informationen ständig verfügbar sein, um über eine hohe Detailtiefe hinsichtlich der eingegangenen Kreditgeschäfte und der hieraus resultierenden Risiken zu verfügen. Insbesondere für international agierende Großbanken, die üblicherweise eine Vielzahl an Tochtergesellschaften im In- und Ausland besitzen, resultieren aufgrund des Informationsbedarfs somit hohe Anforderungen an das interne Datenmanagement. Interessanterweise lassen sich in BCBS (2013b) auch erstmalig regulatorische Anforderungen an das Datenmanagement sowie die IT-Architektur einer Bank finden, was den hohen Stellenwert dieses Themengebiets unterstreicht. Explizit lassen sich hierbei Vorgaben zur Aggregation von Risikodaten sowie zur Risikoberichterstattung finden. Seitens des BCBS wird hierbei auch darauf hingewiesen, dass während der Finanzkrise eine Vielzahl von Finanzinstituten aufgrund einer unzureichenden Risikoaggregation nicht in der Lage war, relevante Konzentrationen auf Gruppen-Ebene frühzeitig zu identifizieren.¹¹⁴

Die zweite Form von Adressenkonzentration, „Portfolio-Name“-Konzentrationen, tritt hingegen bei Verletzung von Gleichung (2.28) auf, d.h. die Summe der EADs konvergiert nicht gegen unendlich. In der Realität kann diese Bedingung zwangsläufig als niemals erfüllt angenommen werden, jedoch lassen sich in Abhängigkeit der betrachteten Portfolios Schwellwerte für die Mindestkreditanzahl bestimmen, ab der „Portfolio-Name“-Konzentrationen vernachlässigbar werden. In Gürtler et al. (2008) erfolgt hierzu eine detaillierte Simulationsstudie, um für eine Vielzahl an Parameterkonstellationen die notwendige Kreditanzahl homogener Portfolios zu ermitteln. Unter Tolerierung gewisser Abweichungen zwischen dem tatsächlichen und dem mittels des ASRF-Modells berechneten VaRs wird die Mindestportfoliogröße bestimmt, für die der Einfluss von Adressenkonzentration im Rahmen einer Risikomessung als bedeutungslos erachtet werden kann. Die berechnete Mindestgröße steigt hierbei sowohl mit abnehmender Korrelation ρ als auch fallender Ausfallwahrscheinlichkeit PD. Beispielhaft lassen sich für unterschiedliche Ratingklassen bzw. Ausfallwahrscheinlichkeiten und der jeweils gemäß Basel II resultierenden Korrelation die berechneten Schwellwerte in Tabelle 3.2 finden.¹¹⁵ Als Fehlertoleranz wurde in der Herleitung von Gürtler et al. (2008) eine 5%-Abweichung zugelassen und das Konfidenzniveau bei 99.9% gewählt. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass bereits für vergleichsweise kleine Portfoliogrößen „Portfolio-Name“-Konzentrationen vernachlässigbar werden. Da gemäß Basel II sinkende PDs einhergehen mit steigenden Korrelationsparametern¹¹⁶, wirkt sich dieser Zusammenhang bzgl. Adressenkonzentration risikomindernd aus. Bei gleichzeitigem Auftreten von sehr niedrigen PDs sowie geringer Korrelation liegt

¹¹⁴Vgl. BCBS (2013b), S.1.

¹¹⁵Die Ratingklasseneinteilung sowie die abhängigen Ausfallwahrscheinlichkeiten entsprechen der Zuordnung der Ratingagentur Standard and Poor's (S&P).

¹¹⁶Vgl. Kapitel 2.3.

Tabelle 3.2: Mindestportfoliogröße zur Vermeidung von Adressenkonzentration

Rating	PD	ρ	Kredite
AAA bis AA-	0,03%	24,0%	1980
A- bis A+	0,05%	23,5%	1457
BBB+	0,32%	22,0%	448
BBB	0,34%	22,0%	442
BBB-	0,46%	21,5%	367
BB+	0,64%	20,5%	317
BB	1,15%	19,0%	250
BB-	1,97%	16,5%	220
B+	3,19%	15,0%	195
B	8,99%	12,0%	135
B-	13,01%	12,0%	107
CCC bis C	30,85%	12,0%	58

die Mindestportfoliogröße weitaus höher. Wird der Basel II-Korrelationsparameter ersetzt durch einen fixen Wert, bspw. durch 12%, was die untere Grenze des aufsichtsrechtlich geforderten Korrelationsparameters darstellt, so nimmt die notwendige Kreditanzahl für die besten sechs Ratingklassen bis BB+ um mehr als das Doppelte zu. Grundsätzlich bestätigen aber empirische Studien, dass die Auswirkungen von Adressenkonzentration bei real existierenden Portfolios gering sind. So wird die Risikozunahme in einer Studie der Deutschen Bundesbank für 58 Banken auf 3% bis 8% quantifiziert.¹¹⁷ Auf ähnliche Größen kommen weitere empirische Studien von Tornquist (2004) sowie Gordy/Lütkebohmert (2007). In der erstgenannten Studie wird weiter ein linearer Zusammenhang zwischen dem sogenannten Herfindahl-Hirschman-Index (HHI) und dem erforderlichen Risikozuschlag aufgrund unsystematischer Risiken bei Verwendung des ASRF-Modells abgeleitet. Der HHI dient grundsätzlich als Maßzahl von Konzentrationen und berechnet sich gemäß

$$HHI = \sum_{i=1}^n w_i^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{EAD_i}{\sum_{j=1}^n EAD_j} \right)^2. \quad (3.1)$$

Aufgrund seiner Definition liegt der HHI zwischen $\frac{1}{n}$ und 1. Je höher die Diversifikation innerhalb des betrachteten Portfolios ausfällt, d.h. je größer die Anzahl der enthaltenen Kredite und je homogener die Exposuregewichte, desto kleiner ist die berechnete Maßzahl. Bei perfekter Diversifikation beläuft sich der HHI daher auf genau $\frac{1}{n}$ und konvergiert mit steigender Kreditanzahl gegen 0. Der HHI eignet sich unmittelbar als Indikator bzgl. der Homogenität der Exposurergrößen aller im Portfolio enthaltenen Kredite. Alternativ kann der inverse HHI interpretiert werden als die effektive Kreditanzahl, d.h. die Anzahl an homogenen Krediten, die den gleichen HHI ergeben. Je stärker also n , die Kreditanzahl

¹¹⁷Vgl. Deutsche Bundesbank (2006).

des betrachteten Portfolios, von $\frac{1}{HHI}$ nach unten abweicht, desto größer die Streuung der Exposuregewichte. Bei Berechnung der Maßzahl erweist sich jedoch als Nachteil, dass die zugrunde liegende Portfolioqualität, die den entscheidenden Risikotreiber darstellt, unberücksichtigt bleibt und somit der HHI eine nur eingeschränkte Aussagekraft hinsichtlich des potentiellen Ausmaßes von Konzentrationsrisiken besitzt. Dies verdeutlichen in der folgenden Tabelle 3.3 die berechneten HHIs der zuvor aufgeführten Mindestportfoliogrößen je Ratingklasse.

Tabelle 3.3: HHI-Ermittlung für Portfolios ohne Adressenkonzentration

Rating	PD	Kredite	HHI
AAA bis AA-	0,03%	1980	0.00051
A- bis A+	0,05%	1457	0.00069
BBB+	0,32%	448	0.0022
BBB	0,34%	442	0.0023
BBB-	0,46%	367	0.0027
BB+	0,64%	317	0.0032
BB	1,15%	250	0.004
BB-	1,97%	220	0.0045
B+	3,19%	195	0.0051
B	8,99%	135	0.0074
B-	13,01%	107	0.0093
CCC bis C	30,85%	58	0.0172

So übersteigt der HHI für die schlechteste Ratingklasse „CCC bis C“ den der bestmöglichen Ratingklasse „AAA bis AA-“ um mehr als das 33fache ($=0.0172/0.00051$). Ohne Kenntnis der Kreditqualität des zugrundeliegenden Portfolios kann somit im Beispiel erst ab einem HHI in Höhe von 0.00051 sicher davon ausgegangen werden, dass ein (homogenes) Kreditportfolio hinreichend diversifiziert ist und die Verwendung des ASRF-Modells zu keiner signifikanten Risikounterschätzung führt. Für größere HHIs kann hingegen ohne Vorliegen weiterer Portfoliodaten keine eindeutige Aussage getroffen werden. Weiter zeigen die Ergebnisse, dass bereits für homogene Portfolios, bestehend aus nur wenigen hunderten Krediten, extrem geringe HHIs ($<2\%$) resultieren. Vor diesem Hintergrund besteht die grundsätzliche Gefahr einer Fehlinterpretation bei kleinen, aber nicht hinreichend kleinen HHIs, die fälschlicherweise als Nachweis für diversifizierte Portfolios verwendet werden. Um daher eine Berücksichtigung von Adressenkonzentration bei Verwendung des ASRF-Modells zu ermöglichen, wird im folgenden Abschnitt eine hierfür geeignete Modellerweiterung präsentiert.

3.3.2 Granularitätsanpassung

Die Granularitätsanpassung von Wilde (2001) stellt eine mathematisch elegante Erweiterung des ASRF-Modells dar, die ohne Verwendung zusätzlicher Inputparameter eine näherungsweise Messung der infolge von Adressenkonzentration auftretenden unsystematischen Risiken erlaubt. Wie weiter gezeigt wird, kann mittels dieser die Mindestportfoliogröße, ab der Adressenkonzentration sachgerecht berücksichtigt werden kann, deutlich verringert werden, sodass die Gefahr einer möglichen Risikounterschätzung nahezu vernachlässigbar wird. Mit Hilfe einer Taylorreihenentwicklung¹¹⁸ zweiten Grades wird die Anpassungsformel hergeleitet, die sich als Differenz zwischen dem tatsächlichen und dem systematischen Risiko, das durch das ASRF-Modell quantifiziert wird, darstellen lässt. Eine Lösung existiert hierbei sowohl für den VaR als auch für den ES.

Zur Herleitung der Formel wird in einem ersten Schritt die Verlustfunktion zerlegt in eine systematische sowie eine unsystematische Komponente, sodass sich der Verlust schreiben lässt als

$$L = E[L|X] + \underbrace{L - E[L|X]}_{=\lambda U}. \quad (3.2)$$

Der erste Term, der bedingte erwartete Verlust, beschreibt hierbei den systematischen Verlust. Der darüber hinaus auftretende Verlust aufgrund von unsystematischen Risiken wird durch λU dargestellt, wobei der Faktor λ als Maß des im Portfolio enthaltenen unsystematischen Risikos interpretiert werden kann. Mit steigender Granularität des Portfolios verringert sich der Einfluss unsystematischer Risiken, sodass dementsprechend λ gegen 0 konvergiert und für unendlich granulare Portfolios genau 0 beträgt. Der entscheidende Schritt zur Herleitung der Granularitätsanpassung des VaR stellt die folgende Taylorreihenentwicklung um den Entwicklungspunkt $\lambda = 0$ dar. Bei einer Reihenentwicklung der Ordnung zwei, d.h. bis zum quadratischen Term, ergibt sich der VaR mit $l(X) = E[L|X]$ als

$$\text{VaR}_z(L) \approx \text{VaR}_z(l(X)) + \underbrace{\frac{d\text{VaR}_z(l(X) + \lambda U)}{d\lambda} \Big|_{\lambda=0}}_{=G} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2\text{VaR}_z(l(X) + \lambda U)}{d\lambda^2} \Big|_{\lambda=0}. \quad (3.3)$$

Die Granularitätsanpassung G berechnet sich hierbei mittels der ersten beiden Ableitungen des VaR und kann daher unabhängig von der VaR-Bestimmung des systematischen Risikos durchgeführt werden. Wie im Anhang 3.6.1 gezeigt wird, lässt sich bei Verwendung

¹¹⁸Eine Taylorreihe stellt eine Potenzreihe dar, die zur Approximation eines Funktionswertes für eine gegebene Entwicklungsstelle verwendet wird.

des ASRF-Modells die folgende Formel für G ableiten

$$\begin{aligned}
G = & \frac{1}{-2 \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right]} \\
& \cdot \left[X \cdot \sum_{i=1}^n w_i^2 (LGD_i^2 \cdot p_i(X) - LGD_i^2 \cdot p_i(X)^2) \right. \\
& - \sum_{i=1}^n w_i \left(-LGD_i \cdot \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right] \right. \\
& \left. \left. + 2LGD_i^2 \cdot \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right] \cdot p_i(X) \right) \right. \\
& \left. - \frac{\sum_{i=1}^n w_i^2 (LGD_i^2 \cdot p_i(X) - LGD_i^2 \cdot p_i(X)^2)}{2 \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right]} \right. \\
& \left. \cdot \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot \frac{\rho_i}{1-\rho_i} \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right] \right] \Bigg|_{X=N^{-1}(1-z)}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Die Berechnung des VaR unter Berücksichtigung möglicher Adressenkonzentration bei Verwendung des ASRF-Modells ergibt sich hiermit zu

$$\text{VaR}_z(L) = l(N^{-1}(1-z)) + G. \tag{3.5}$$

Aufgrund der von Wilde (2001) gewählten Herleitung mittels einer Taylorreihenentwicklung zweiter Ordnung stellt die Granularitätsanpassung eine Approximation des existierenden unsystematischen Risikos dar. Somit tritt weiterhin ein Fehlerterm auf, der jedoch mit zunehmender Portfoliogröße äußerst schnell gegen null konvergiert. Nach bekanntem Vorgehen kann daher die Mindestportfoliogröße bestimmt werden, ab der der VaR des ASRF-Modells (inklusive Granularitätsanpassung) und der tatsächliche VaR übereinstimmen. In Tabelle 3.4 lassen sich hierzu wiederum für 12 homogene Portfolios die von Gürtler et al. (2008) berechneten Werte finden. Anhand der Tabelle wird verdeutlicht, dass unter Berücksichtigung der Granularitätsanpassung bereits für deutlich kleinere Portfolios als in den zuvor dargestellten Berechnungen¹¹⁹ ein genauer VaR bestimmt werden kann. Die Mindestportfoliogröße, für die der resultierende Fehlerterm als vernachlässigbar betrachtet werden kann, ist hierbei für alle Portfolios um mehr als 60% zurückgegangen. Aufgrund der geringen Portfoliogrößen kann daher fast sicher davon ausgegangen werden, dass reale Kreditportfolios diese Grenzen bei Weitem übersteigen. Somit stellt die Granularitätsanpassung ein effektives Instrument dar, um bei Verwendung des ASRF-

¹¹⁹Vgl. hierzu Tabelle 3.2 und Tabelle 3.3.

Tabelle 3.4: Mindestportfoliogröße zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Verwendung der Granularitätsanpassungsformel

Rating	PD	ρ	Kredite
AAA bis AA-	0,03%	24,0%	684
A- bis A+	0,05%	23,5%	468
BBB+	0,32%	22,0%	111
BBB	0,34%	22,0%	106
BBB-	0,46%	21,5%	99
BB+	0,64%	20,5%	73
BB	1,15%	19,0%	53
BB-	1,97%	16,5%	51
B+	3,19%	15,0%	28
B	8,99%	12,0%	18
B-	13,01%	12,0%	19
CCC bis C	30,85%	12,0%	11

Modells mögliche Adressenkonzentrationen sachgerecht zu berücksichtigen.¹²⁰ Neben der simulativen Berücksichtigung von Adressenkonzentration besteht also die analytische Risikoberechnung als deutlich laufzeitsparende Alternative zur Verfügung. Vor dem Hintergrund dieser Ergebnisse ist es sehr verwunderlich, dass in der finalen Basel II-Version die vorgestellte Anpassungs-Formel nicht mehr Bestandteil ist, nachdem diese in vorläufigen Arbeitsversionen zunächst noch enthalten war.¹²¹ Mutmaßlich wurde auf diese aufgrund der vergleichsweise überschaubaren Relevanz von Adressenkonzentrationen verzichtet.¹²² Unter Risikogesichtspunkten sind mögliche Sektorkonzentrationen innerhalb eines Kreditportfolios als weitaus kritischer zu beurteilen, wie in den nächsten Kapiteln verdeutlicht wird.

3.4 Sektorkonzentration

3.4.1 Grundlagen

Wie in Kapitel 3.1 bereits einführend erläutert, resultieren aus einer signifikanten Sektorkonzentration im Vergleich zu einem gut diversifizierten Portfolio erhöhte systematische Risiken aufgrund stärkerer Abhängigkeiten von Kreditnehmern hinsichtlich ihrer gemeinsamen wirtschaftlichen Entwicklung. Signifikante Konzentrationen treten innerhalb eines

¹²⁰Für den ES lässt sich mit ähnlicher Vorgehensweise eine Granularitätsanpassung bestimmen, die ebenfalls eine hohe Approximationsgüte des unsystematischen Risikos aufweist (vgl. hierzu Rau-Bredow (2005)).

¹²¹Vgl. hierzu bspw. Gordy/Lütkebohmert (2007).

¹²²Vgl. hierzu die aufgeführten Studien im Abschnitt zuvor.

Kreditportfolios in der Regel immer dann auf, wenn für ein Finanzinstitut eine Fokussierung der geschäftlichen Aktivitäten auf einen oder einige wenige Bereiche zu beobachten ist. Dies kann in der Form erfolgen, dass eine Konzentration auf spezielle Wirtschaftsbranchen, Länder bzw. Regionen oder hinsichtlich der angebotenen Produktarten vorliegt. Die beschriebenen Formen von möglichen Konzentrationen führen unmittelbar zu einer erhöhten Abhängigkeit innerhalb eines Kreditportfolios, was aus reinen Risikogesichtspunkten grundsätzlich abzulehnen ist. Stattdessen ist eine möglichst hohe Diversifikation innerhalb eines Portfolios zur Vermeidung systematischer Risiken erstrebenswert. Diese sehr pauschale Aussage widerspricht unmittelbar dem grundsätzlichen Geschäftsmodell von Spezialbanken, die ihre Geschäftstätigkeiten bewusst auf einzelne Bereiche einschränken oder auch von Sparkassen, die üblicherweise ihre wirtschaftlichen Aktivitäten regional beschränken. In der Literatur lassen sich zu der Fragestellung, ob eine hohe Konzentration innerhalb eines Kreditportfolios mit Blick auf den wirtschaftlichen Erfolg eines Finanzinstituts nachteilig oder eher vorteilhaft ist, eine Vielzahl an Analysen finden. Diese kommen überwiegend zur Schlussfolgerung, dass sich eine Spezialisierung auf ein oder mehrere Geschäftsfelder als vorteilhaft erweist.¹²³ Die Existenz von Sektorkonzentrationen ist somit per se nicht grundsätzlich abzulehnen, da aus Gesamtbankperspektive infolge des gewählten Geschäftsmodells wirtschaftliche Vorteile generiert werden können, die in Form eines Informationsvorsprungs gegenüber der weniger spezialisierten Konkurrenz zum Tragen kommen. Beispiele hierfür sind eine bessere Kundenselektion, ein besseres Monitoring der Bestandskunden sowie tiefgehende Marktkenntnisse.¹²⁴ Bei bewusstem Eingang von Konzentrationen ist es jedoch für den langfristigen Erfolg und Fortbestand eines Finanzinstitutes umso wichtiger, der erhöhten wirtschaftlichen Abhängigkeit innerhalb des Kreditportfolios mittels zusätzlicher Kapitalreserven Rechnung zu tragen. Es liegt auf der Hand, dass eine Spezialbank durch eine wirtschaftliche Krise, die in ihrem tätigen Haupt-Segment auftritt, besonders stark getroffen wird. In solch einer Situation ist daher primär eine möglichst hohe Eigenkapitalausstattung notwendig. Nicht weniger von Bedeutung ist eine adäquate Risikomessung unter Berücksichtigung von Sektorkonzentrationen für Finanzinstitute, die das Geschäftsmodell einer Universalbank verfolgen und somit mutmaßlich über ein gut diversifiziertes Portfolio verfügen. Diese benötigen geeignete Modelle, um frühzeitig mögliche Fehlentwicklungen, die ungewollte Sektorkonzentrationen innerhalb des Kreditportfolios zur Folge haben, identifizieren und sachgerecht berücksichtigen zu können.

Hierzu werden im Weiteren zwei analytische Verfahren zur Berechnung des Kreditrisikos vorgestellt, die eine Berücksichtigung von Sektorkonzentration erlauben. Der Vorteil der beiden Ansätze besteht in der Vermeidung hoher Rechner-Laufzeiten, wie sie für große

¹²³Vgl. Acharya et al. (2006), Böve et al. (2010), Tabak et al. (2011) und Jahn et al. (2013).

¹²⁴Vgl. Jahn et al. (2013).

Portfolios bei Nutzung von Monte-Carlo-Simulationen resultieren. Anhand einer selbst durchgeführten Simulationsstudie werden im Anschluss die Auswirkungen von Sektorkonzentration für verschiedene Kreditportfolios analysiert. Um hierbei eine unmittelbare Vergleichbarkeit und Konsistenz der Ergebnisse in Einklang zu den aufsichtsrechtlich vorgegebenen Eigenkapitalanforderungen zu ermöglichen, wird vorweg eine Adjustierung der zugrundeliegenden Kreditrisikomodelle vorgestellt. Anhand der durchgeführten Simulationen wird weiter die Approximationsgüte der beiden analytischen Verfahren geprüft und beurteilt. Ziel der am Ende des Unterkapitels 3.4.5 vorgestellten Simulationsstudie ist die Beantwortung der folgenden Fragen:¹²⁵

- Welche Auswirkungen haben auftretende Sektorkonzentrationen im Rahmen der Quantifizierung von Kreditrisiken?
- Wie sind bestehende Modellierungsansätze anzupassen um eine Konsistenz zu den aufsichtsrechtlichen Kapitalanforderungen (Basel-Regelwerk) zu erhalten? Inwieweit erweist sich bei der Messung von Sektorkonzentrationen das Risikomaß VaR aufgrund der nicht gegebenen Kohärenz als problematisch?
- Mittels welcher Verfahren lassen sich Sektorkonzentration messen und wie gut ist ihre Performance im Vergleich? Wie stellen sich jeweils die Vor- und Nachteile der untersuchten Verfahren dar?

3.4.2 Aufsichtsrechtlich konsistente Modellierung von Kreditrisiken unter Berücksichtigung von Sektorkonzentrationen

Gegenstand der folgenden Analysen ist ein Vergleich der Risikomaße VaR und ES, um zu beurteilen, ob der VaR aufgrund der in Kapitel 2.2.2 aufgeführten theoretischen Probleme Ungenauigkeiten bei der Risikomessung aufweist oder diese bei der praktischen Anwendung vernachlässigt werden können. Um eine sinnvolle Vergleichbarkeit zwischen beiden Maßen zu ermöglichen, ist vorweg eine Kalibrierung des ES mittels des verwendeten Konfidenzniveaus z notwendig. Hierdurch soll erreicht werden, dass der ES den Mindestkapitalanforderungen der Säule 1 entspricht, falls die notwendigen Annahmen des ASRF-Modells erfüllt sind. Solange also bei Verwendung eines Ein-Faktor-Modells das betrachtete Portfolio eine hinreichend hohe Diversifikation aufweist, sollen unabhängig vom gewählten Risikomaß die Kapitalanforderungen eindeutig berechenbar sein. Zur Bestimmung des gesuchten Konfidenzniveaus werden zunächst für verschiedene Kreditportfolios,

¹²⁵Die weiteren Unterkapitel orientieren sich dabei stark an Gürtler et al. (2010). Ebenfalls stammen die folgenden Abbildungen aus dieser Quelle.

die sich nur hinsichtlich ihrer Kreditqualität unterscheiden, der jeweilige VaR^{Basel} zum vorgegebenen Konfidenzniveau von 99,9% ermittelt. Basierend auf diesen Ergebnissen wird in einem zweiten Schritt das notwendige Konfidenzniveau z des ES bestimmt, für welches sich die beiden Risikomaße entsprechen, d.h. für ein geeignetes z soll gelten

$$\text{ES}_z^{ASRF}(L) = \text{VaR}^{Basel}(L), \quad (3.6)$$

wobei ES_z^{ASRF} gemäß Formel (2.40) und VaR^{Basel} gemäß Formel (2.37) berechnet werden. Die Ergebnisse für sieben unterschiedliche Portfolios sind in Tabelle 3.5 zu finden. Für die

Tabelle 3.5: Notwendiges Konfidenzniveau für Match zwischen ES und VaR je Portfolioqualität

Portfolioqualität		VaR^{Basel} & ES_z^{ASRF}	Konfidenzniveau z
(I)	nur AAA	0,57	99,672
(II)	Sehr Hoch	6,12	99,709
(III)	Hoch	7,59	99,711
(IV)	Mittel	12,94	99,719
(V)	Gering	20,89	99,726
(VI)	Sehr Gering	23,30	99,727
(VII)	nur CCC	57,00	99,741

beiden Extremfälle, bei denen die gesamten Kreditnehmer des Portfolios entweder das Rating AAA bzw. CCC besitzen, ergeben sich die erforderlichen Konfidenzniveaus zu 99,67% bzw. 99,74%.¹²⁶ Für Konfidenzniveaus innerhalb dieser Bandbreite fällt das berechnete Risiko, unabhängig vom gewählten Risikomaß, ebenfalls annähernd identisch aus. Zusätzlich wurden für fünf weitere Portfolios unterschiedlicher Kreditqualität (sehr hoch, hoch, mittel, gering, sehr gering), deren Ratingverteilungen in Abbildung 3.2 dargestellt sind, die entsprechende Rechnung durchgeführt.¹²⁷ Die resultierenden Konfidenzniveaus liegen hierbei alle zwischen 99,71% und 99,73%, mit einem Durchschnitt von 99,72%. Auch wenn eine geringfügige Abhängigkeit zwischen dem Konfidenzniveau und der Portfolioqualität zu bestehen scheint, wird für alle weiteren Untersuchungen das Konfidenzniveau des ES festgesetzt auf $z = 99,72\%$. Sind die zugrundeliegenden Annahmen des Basel-Modells erfüllt, ist es somit unerheblich, ob zur Risikomessung der VaR^{Basel} oder der $\text{ES}_{99,72\%}^{ASRF}$ verwendet wird. Inwieweit diese Eigenschaft bei Übergang von einem Ein-Faktor-Modell zu einem Multi-Faktor-Modell und der hiermit einhergehenden Berücksichtigung möglicher Sektorkonzentration Bestand haben wird, soll in den folgenden Simulationen analysiert

¹²⁶Die hierbei genutzten Ratings stammen wiederum von S&P und reichen von 0,01% bis 18,27%, vgl. Brand/Bahar (2001).

¹²⁷Die Portfolios mit hoher, mittlerer, geringer und sehr geringer Qualität sind aus Gordy (2000) entnommen. Das Portfolio mit sehr hoher Qualität wurde zusätzlich in die Analyse mit aufgenommen.

werden.

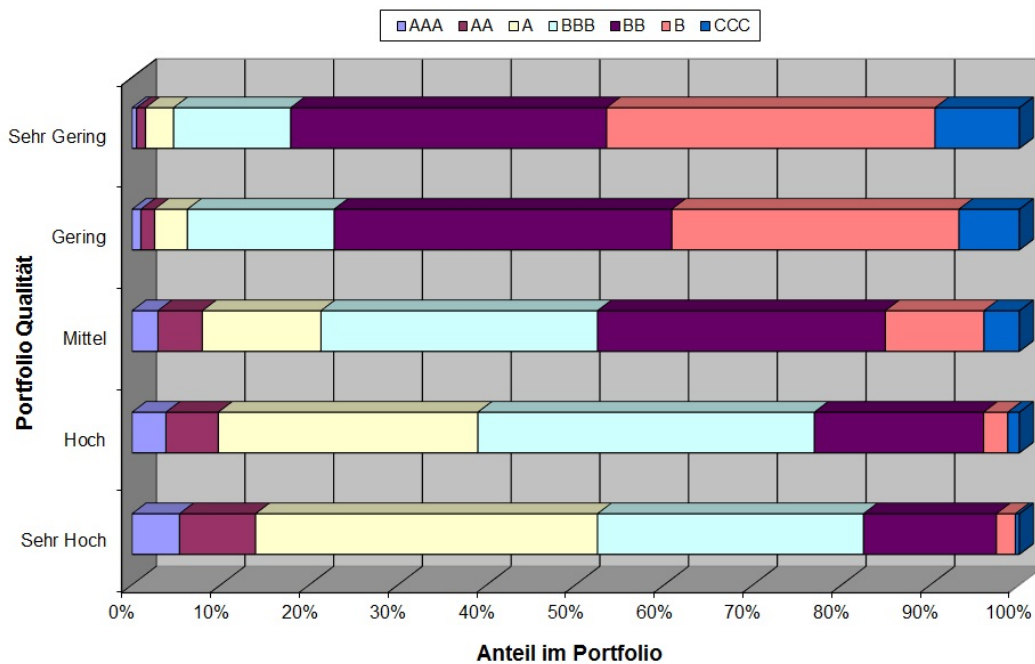


Abbildung 3.2: Ratingverteilung innerhalb der Benchmarkportfolios

Interessanterweise lässt sich ein ähnliches Vorgehen in BCBS (2014) finden. Da seitens des BCBSs angestrebt wird, im Rahmen der Messung aller Marktpreisrisiken des Handelsbuchs einer Bank den VaR durch den ES zu ersetzen, wurde hierzu ebenfalls eine Kalibrierung des Konfidenzniveaus durchgeführt, um eine Übereinstimmung beider Risikomaße zu erzielen. Das hierbei ermittelte z für den ES beträgt 97,5%. Im Gegensatz zu Kreditrisiken beträgt das Konfidenzniveau, zu dem der VaR für Marktpreisrisiken zu berechnen ist, jedoch nur 99%, was die Abweichung zwischen beiden hergeleiteten Größen erklären kann.

Im Gegensatz zu den aufsichtsrechtlichen Mindestkapitalanforderungen gemäß Säule 1, für die der Berechnungsansatz zur Quantifizierung des Kreditrisikos dezidiert vorgeschrieben ist, wird unter Säule 2 die Wahl der Methodik zur Ermittlung des Risikos unter Berücksichtigung aller relevanter Einflussfaktoren jedem Finanzinstitut selbst überlassen. Der hierbei gewählte Ansatz bestimmt im Rahmen der Risikotragfähigkeit als Bestandteil des ICAAPs das zusätzlich erforderliche Eigenkapital, damit die Kapitalausstattung eines Finanzinstituts als angemessen erachtet werden kann. Die Angemessenheit der Kapitalreserven wird hierbei auf Grundlage des Risikoprofils einer Bank und dem hieraus abgeleiteten Verlustpotential aller wesentlichen Risikoarten festgemacht. Daher erscheint es aus Sicht eines Finanzinstitutes nur sinnvoll, wenn nicht gar zwingend erforderlich, bei

Entwicklung eines eigenen Kreditrisikomodells die Parametrisierung in der Form vorzunehmen, dass eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit denen des ASRF-Modells möglich ist. Hierdurch wird gewährleistet, dass die Auswirkungen aufgrund der Hinzunahme weiterer relevanter Risikotreiber innerhalb des selbst abgeleiteten Risikomodells, die nicht oder nur unzureichend durch das ASRF-Modell abgebildet werden, möglichst exakt quantifiziert werden können. Dies erhöht zum einen deutlich die Transparenz hinsichtlich der gegenwärtigen Risikosituation eines Finanzinstitutes, was offenkundig sowohl im Eigeninteresse des Instituts als auch im Interesse der Aufsicht liegen sollte, und vereinfacht ebenfalls eine unter Risikogesichtspunkten getriebene Portfoliosteuerung. In diesem Fall lassen sich bei Auftreten einer signifikanten Risikozunahme gegenüber den Mindestkapitalanforderung unmittelbar die verursachenden Treiber identifizieren und im Bedarfsfall geeignete risikomindernde Maßnahmen ergreifen.

Daher wird schrittweise veranschaulicht, auf welche Weise die Inputparameter eines Multi-Faktor-Modells bestimmt werden können, ohne hierbei die Vergleichbarkeit zum ASRF-Modell zu verlieren. Ein Großteil kann hierbei analog den Vorgaben gemäß Säule I bestimmt werden. Als entscheidender Unterschied erweist sich jedoch die Herleitung einer sachgerechten Korrelationsstruktur, da im Multi-Faktor-Modell je Kreditnehmer sowohl ein Inter- als auch ein Intra-Korrelationsparameter erforderlich ist, um die Darstellung einer im Vergleich komplexeren Abhängigkeitsstruktur zu ermöglichen. Die Inter-Korrelation wird hierbei üblicherweise aus historischen Ausfallraten oder alternativ aus Aktienpreiskorrelationen zwischen einzelnen Sektoren abgeleitet. Intra-Korrelationen können ebenfalls aus historischen Ausfallraten abgeleitet werden, wobei jedoch häufig das Problem besteht, dass aufgrund zu weniger Beobachtungen keine stabilen Schätzungen möglich sind. Dies ist umso problematischer, falls, wie unter Basel II, sogar eine gegenseitigen Abhängigkeit zwischen der Korrelation und der PD eines Kreditnehmers unterstellt wird. Daher erscheint es durchaus naheliegend, die Intra-Korrelation analog der bereits aufgeführten Basel-Formel zu bestimmen, d.h.

$$\rho_i = 0,12 \cdot \frac{1 - e^{-50 \cdot PD_i}}{1 - e^{-50}} + 0,24 \cdot \left(1 - \frac{1 - e_i^{-50 \cdot PD}}{1 - e^{-50}}\right). \quad (3.7)$$

Dieses Vorgehen entspricht dem von Cespedes et al. (2006), ist jedoch aus dem folgenden Grund als problematisch zu bewerten. Die Verwendung dieser Formel hat unmittelbar zur Konsequenz, dass das regulatorische Kapital gemäß Säule 1 eine obere Grenze des „wahren“ Risikos darstellte, das mit einem Multi-Faktor-Modell bestimmt wird. Der Fall, dass die Risiken für beide Modellansätze denselben Wert aufweisen, tritt nur dann ein, wenn im Multi-Faktor-Modell alle Sektoren perfekt untereinander korreliert sind, was aber gleichbedeutend mit der Verwendung nur eines systematischen Faktors ist. Ansonsten resultiert aufgrund von Sektor-Diversifikation ausschließlich ein unterhalb der Mindestanfor-

derungen liegendes Risiko. Risikoerhöhende Effekte aufgrund von Sektorkonzentrationen innerhalb des betrachteten Kreditportfolios können bei der in Rede stehenden Parameterwahl der Intra-Korrelation von vornherein ausgeschlossen werden. Diese Eigenschaft steht jedoch offensichtlich im Widerspruch zu den am Anfang dieses Kapitels zitierten Aussagen der Deutschen Bundesbank hinsichtlich der erheblichen negativen Auswirkungen bei Existenz von Sektorkonzentrationen. Wie seitens des BCBS auch eindeutig kommuniziert, dient die Korrelationsformel nicht zur pauschalen Bestimmung der Intra-Korrelation eines Kreditnehmers. Vielmehr sollen mittels dieser Formel die erforderlichen Korrelationsparameter in der Form bestimmt werden, dass hierdurch das ASRF-Modell eine Näherungslösung des „wahren“ Risikos von gut diversifizierten Portfolios liefert.¹²⁸ Die Verwendung dieser Formel im Rahmen der Kalibrierung von Multi-Faktor-Modellen ist somit eindeutig abzulehnen, weswegen ein alternativer Ansatz präsentiert wird. Bei diesem soll der in Rede stehende Korrelationsparameter so gewählt werden, dass das regulatorische Kapital RC gemäß der Basel-Formel mit dem ökonomische Kapitel EC^{mf} übereinstimmt, das sich für ein gut diversifiziertes Portfolio bei Verwendung eines Multi-Faktor-Modells ergibt. Hierzu wird die sogenannte implizite Intra-Korrelation ρ_{Intra}^{Imp} eingeführt, mit der gelten soll

$$EC^{mf}(\rho_{Inter}, \rho_{Intra}^{Imp}) = RC. \quad (3.8)$$

Da seitens des Basler Ausschusses nicht öffentlich bekanntgegeben wurde, welche Portfolios und welche Inter-Korrelationsstrukturen im Rahmen der Entwicklung des Basel II-Regelwerks verwendet wurden, müssen vorab die notwendigen Eingangsparameter plausibel abgeleitet werden, um hierauf basierend die implizite Intra-Korrelation simulativ bestimmen zu können. Dieses Vorgehen ist angelehnt an Lopez (2004), der empirisch den Korrelationsparameter des ASRF-Modells ermittelt. Hierbei wird eine exakte Übereinstimmung zwischen dem 99,9%-Quantil im Multi-Faktor-Modell von KMV sowie dem 99,9%-Quantil des ASRF-Modells für verschiedene Portfolio-Typen herbeigeführt, die sich nach geographischer Regionen, der Kreditqualität und Kreditvolumen unterscheiden. Bei Lopez ist somit die linke Seite der Gleichung (3.8) gegeben und der Korrelationsparameter der rechten Seite wird abgeleitet. Im nun vorgestellten Ansatz wird hingegen das passende ρ_{Intra}^{Imp} auf der linken Seite bei gegebenem ρ auf der rechten Seite gesucht, damit die Ergebnisse auf beiden Seiten übereinstimmen. Vorab werden zunächst alle zusätzlich benötigten Inputparameter bestimmt.

Wie bereits beschrieben, lässt sich die Inter-Korrelationsmatrix aus historischen Ausfallraten oder alternativ aus Zeitreihen von Aktienpreisveränderungen ableiten.¹²⁹ Düll-

¹²⁸Vgl. BCBS (2006b), S.6.

¹²⁹Einen Literaturüberblick bzgl. der Messung von Asset-Korrelationen kann in Düllmann et al. (2008) sowie Grundke (2008) gefunden werden.

mann et al. (2008) zeigen mittels einer umfangreichen Simulationsstudie, dass aufgrund der kleineren statistischen Fehler Aktienpreisveränderungen gegenüber historischen Ausfallraten zu bevorzugen sind. Basierend auf diesem Ergebnis werden daher Korrelationen von Aktien als Schätzer der Asset-Korrelation genutzt. Konkret wird hierzu die Korrelationsmatrix des MSCI EMU Industrie Index verwendet, die in Düllmann/Masschelein (2007) berechnet wird.¹³⁰

Tabelle 3.6: Sektor-Korrelationsmatrix (in %) basierend auf dem MSCI EMU Industrie Index

Sektor	A	B	C1	C2	C3	D	E	F	H	I	J
A: Energie	100	50	42	34	45	46	57	34	10	31	69
B: Roh-, Hilfs- & Betriebsstoffe		100	42	34	45	46	57	34	10	31	69
C1: Industrie			100	34	45	46	57	34	10	31	69
C2: Dienstleistungsgewerbe				100	45	46	57	34	10	31	69
C3: Transportwesen					100	46	57	34	10	31	69
D: Nicht-Basiskonsumgüter						100	57	34	10	31	69
E: Basiskonsumgüter							100	34	10	31	69
F: Gesundheitswesen								100	10	31	69
H: IT									100	31	69
I: Telekommunikationsdienste										100	69
J: Versorgungsbetriebe											100

Basierend auf der Sektorverteilung aller vergebenen Kredite innerhalb des deutschen Bankensystems wird die Struktur eines gut diversifizierten Portfolios festgelegt, das für die weiteren Berechnungen benötigt wird.¹³¹ Obwohl es theoretisch möglich ist, durch eine noch höhere Diversifikation innerhalb des Kreditportfolios ein geringeres Risiko zu generieren, kann dies nur in Ausnahmen gelingen, da andernfalls ein Abweichen von der Marktstruktur durch eine Vielzahl an Banken unmittelbar zu einem Ungleichgewicht führen würde. Die genutzte Sektorverteilung des deutschen Bankensystems ist in Tabelle 3.7 zu finden. Weiter wird für das Portfolio die Kreditanzahl auf $n = 5000$ festgelegt, um den Einfluss von Adressenkonzentration ausschließen zu können.

Mittels dieser Eingangsparameter lässt sich nun die gesuchte Intra-Korrelation simulativ bestimmen. Bei Annahme einer konstanten Intra-Korrelation wird die beste Übereinstimmung zwischen dem ökonomischen Kapital EC^{mf} und dem regulatorischen Kapital RC mit näherungsweise $\rho_{Intra}^{Imp} = 25\%$ erzielt. Dieser Wert resultiert sowohl bei Verwen-

¹³⁰Vgl. hierzu Tabelle 3.6.

¹³¹Düllmann/Masschelein (2007) stellen heraus, dass die Sektorzusammenstellung in Deutschland der anderer Ländern, wie bspw. Frankreich, Belgien und Spanien, sehr ähnelt.

Tabelle 3.7: Sektorstruktur innerhalb des deutschen Bankensystems,
Quelle: Düllmann/Masschelein (2007)

Sektor	Anteil in %
A: Energie	0,18
B: Roh-, Hilfs- & Betriebsstoffe	6,01
C1: Industrie	11,53
C2: Dienstleistungsgewerbe	33,69
C3: Transportwesen	7,14
D: Nicht-Basiskonsumgüter	14,97
E: Basiskonsumgüter	6,48
F: Gesundheitswesen	9,09
H: IT	3,20
I: Telekommunikationsdienste	1,04
J: Versorgungsbetriebe	6,67

dung des VaR als auch des ES. Die genauen Werte hängen jedoch stark von der jeweils zugrundeliegenden Portfolioqualität ab, wie in Tabelle 3.8 dargestellt. Die hergeleiteten

Tabelle 3.8: Implizite Intra-Korrelation in Abhängigkeit der Portfolioqualität

Portfolioqualität	Implizite Intra-Korrelation in %
(I) Sehr Hoch	30
(II) Hoch	28
(III) Mittel	25
(IV) Gering	23
(V) Sehr Gering	21

Ergebnisse verdeutlichen, dass die Nutzung einer konstanten Intra-Korrelation mit steigender Portfolioqualität zu einer signifikanten Unterschätzung und mit schlechter werdender Portfolioqualität zu einer signifikanten Überschätzung des ökonomischen Kapitals führen kann. Um diese Ungenauigkeit zu vermeiden, wird analog zum Basel-Ansatz die Intra-Korrelation als Funktion der PD dargestellt. Wie eigene Untersuchungen ergaben, hat sich die folgende Funktion als am genauesten für Portfolios unterschiedlicher Qualität erwiesen

$$\rho_{Intra}^{Imp} = 0,185 \cdot \frac{1 - e^{-50 \cdot PD_i}}{1 - e^{-50}} + 0,34 \cdot \left(1 - \frac{1 - e^{-50 \cdot PD_i}}{1 - e^{-50}}\right). \quad (3.9)$$

Die Bandbreite der möglichen Korrelationsrealisationen liegt somit zwischen 18,5% bis 34% und ist damit deutlich höher als im Basel-Modell, in dessen Rahmen Korrelationen zwischen 12% und 24% für Unternehmen resultieren.¹³² Aufgrund der Verwendung

¹³²Die Faktoren 18,5% und 34% in Funktion (3.9) wurden mit einem sogenannten grid-search-Verfahren bestimmt, ähnlich dem Vorgehen bei Lopez (2004).

der Ausfallwahrscheinlichkeit als einzig erklärende Inputvariable, stellt die hergeleitete Formel offensichtlich nur ein vereinfachtes Schätzverfahren dar. So belegen empirische Studien, dass der zu schätzende Korrelationsparameter auch von weiteren Faktoren, wie bspw. dem Sektor, dem der jeweiligen Kreditnehmer zugeordnet ist, abhängen kann. In Heitfield et al. (2006) wird die Intra-Korrelation für 50 verschiedene Industriesektoren bestimmt. Im Durchschnitt ergibt sich hierbei ein Wert von 18,8%, jedoch schwanken diese Werte in Abhängigkeit des Sektors mit einer Standardabweichung von 8,3%. Theoretisch wäre die zusätzliche Berücksichtigung des jeweiligen Sektors in Formel (3.9) mittels eines Anpassungsfaktors denkbar, aber hiermit wäre die Vergleichbarkeit der Ergebnisse, das Hauptziel der vorgestellten Parametrisierung, nicht mehr sichergestellt. Ferner würde die Korrelationsstruktur mit einem Freiheitsgrad für jede PD/Sektor-Kombination aufgrund des enormen Datenbedarfs praktisch nicht zu bestimmen sein. Aus diesen Gründen wird daher die Formel (3.9) zur Parameterbestimmung eines Multi-Faktor-Modells verwendet.

An dieser Stelle lässt sich festhalten, dass alle zusätzlichen Parameter, die bei einem Übergang von einem Ein-Faktor-Modell zu einem Multi-Faktor-Modell benötigt werden, durch Tabelle 3.6 sowie Formel (3.9) gegeben sind. Die hiermit resultierende Korrelationsstruktur erlaubt einen konsistenten Vergleich der Ergebnisse mit denen der Basler-Kapitalanforderungen sowie eine Interpretierbarkeit bei signifikanten Abweichungen. Infolgedessen unterschreitet das gemessene ökonomische Kapital auch nur dann das regulatorische Kapital, falls das analysierte Portfolio besser diversifiziert ist als ein bereits gut diversifiziertes Portfolio.¹³³ Analog überschreitet das ökonomische Kapital die Mindestkapitalanforderungen im Falle einer erhöhten Sektorkonzentration. Eine sachgerechte Risikoermittlung zur Bewertung des Einflusses von Sektorkonzentration kann somit durch eine Monte-Carlos-Simulation sowie der präsentierten Parameterwahl durchgeführt werden. Zusätzlich werden in den nächsten Abschnitten zwei analytische Verfahren vorgestellt, die sich alternativ zur Risikoquantifizierung nutzen lassen.

3.4.3 Multi-Faktor-Anpassung von Pykhtin

Um im Rahmen einer analytischen Bestimmung von Kreditrisiken die Berücksichtigung von Sektorkonzentration zu ermöglichen, wird die sogenannte Multi-Faktor-Anpassung von Pykhtin (2004) präsentiert. Diese stellt eine Erweiterung der bereits in Kapitel 3.3.2 gezeigten Granularitätsanpassung dar und ermöglicht die Berechnung des VaR und des ES eines Kreditportfolios unter Berücksichtigung von sowohl Adressen- als auch Sek-

¹³³ Als Benchmark des Diversifikationsgrades dient hierbei die Verteilung der vergebenen Kredite des deutschen Bankensystems. Wie in Düllmann/Masschelein (2007) betont, ähnelt die Sektorzusammenstellung der einer Vielzahl anderer europäischer Länder, sodass die Verteilung als repräsentativ erachtet wird.

torkonzentrationen. Hierdurch werden einerseits die bereits diskutierten Schwächen des ASRF-Modells vermieden als auch eine deutliche Laufzeitreduzierung gegenüber Monte-Carlo-Simulationen erzielt. Pykhtins Ansatz basiert auf einer Approximation des Portfolioverlustes L durch eine noch zu definierende Zufallsvariable \bar{L} , die den entsprechenden Portfolioverlust bei Verwendung des ASRF-Modells beschreibt. Um eine möglichst genaue Lösung durch \bar{L} zu erhalten, gilt es, die ursprüngliche Korrelationsstruktur des Portfolios im Multi-Faktor-Modell näherungsweise durch die Struktur eines Ein-Faktor-Modells abzubilden. Hierzu werden die erforderlichen Korrelationsparameter in der Form ermittelt, dass die Korrelation zwischen dem neu definierten Risikofaktor \bar{X} des Ein-Faktor-Modells und den Faktoren X_s aller Segmente des Multi-Faktor-Modells maximiert werden.

Analog zur Herleitung der Granularitätsanpassung kann der $\text{VaR}_z(L)$ des Portfolioverlustes mittels einer Taylorreihenentwicklung zweiten Grades um die ASRF-Lösung approximiert werden, sodass gilt

$$\text{VaR}_z(L) \approx \text{VaR}_z(\bar{L}) + \underbrace{\frac{d\text{VaR}_z(\bar{L} + \lambda \cdot U)}{d\lambda} \bigg|_{\lambda=0} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2\text{VaR}_z(\bar{L} + \lambda \cdot U)}{d\lambda^2} \bigg|_{\lambda=0}}_{=\Delta\text{VaR}_z}, \quad (3.10)$$

wobei $\lambda \cdot U$ das Ausmaß des Approximationsfehlers zwischen L und \bar{L} beschreibt, d.h. $\lambda \cdot U = L - \bar{L}$. Weiter stellen der erste Summand der rechten Seite von (3.10) den VaR des Portfolioverlustes innerhalb des ASRF-Modells sowie die beiden verbleibenden Terme die eigentliche Multi-Faktor-Anpassung ΔVaR_z dar.

Die Verteilung von \bar{L} berechnet sich hierbei in bekannter Weise mit einem Ein-Faktor-Modell zu

$$\bar{L} = E[\bar{L}|\bar{X}] = l(\bar{X}) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot N \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{c_i} \cdot \bar{X}}{\sqrt{1 - c_i}} \right], \quad (3.11)$$

wobei c_i die Sensitivität des Kreditnehmers i zum systematischen Faktor \bar{X} beschreibt.¹³⁴ Damit lässt sich $\text{VaR}_z(\bar{L})$ als der bedingte Verlust $E[\bar{L}|N^{-1}(1 - z)]$ berechnen.¹³⁵ Abweichend von der ursprünglich im ASRF-Modell gewählten Notation wird zur Beschreibung des Sensitivitätsparameters nicht ρ_i sondern eine neue Variable c_i eingeführt, um zu verdeutlichen, dass dieser Parameter nicht mit dem üblichen Korrelationsparameter des ASRF-Modells gleichzusetzen ist. Stattdessen soll mittels diesem bestmöglich die Korrelationsstruktur des Multi-Faktor-Modells abgebildet werden.

Weiterhin analog zur Herleitung der Granularitätsanpassung gilt, dass zur Berechnung

¹³⁴Die Bestimmung des Parameters c_i erfolgt im Anhang 3.6.2.

¹³⁵Vgl. hierzu Formel (2.37).

der Multi-Faktor-Anpassung ΔVaR_z ausschließlich die zweiten Ableitung des VaR zu bestimmen ist.¹³⁶ Somit lässt sich ΔVaR_z schreiben als¹³⁷

$$\begin{aligned}\Delta\text{VaR}_z &= \text{VaR}_z(L) - \text{VaR}_z(\bar{L}) \\ &= \frac{1}{2dl(\bar{X})/d\bar{X}} \left[\bar{X} \cdot v(\bar{X}) - \frac{dv(\bar{X})}{d\bar{X}} + \frac{v(\bar{X}) \cdot d^2l(\bar{X})/d\bar{X}^2}{dl(\bar{X})/d\bar{X}} \right] \Big|_{\bar{X}=N^{-1}(1-z)}.\end{aligned}\quad (3.12)$$

Zur Berechnung von ΔVaR_z sind damit die ersten beiden Ableitungen des bedingten erwarteten Verlustes gemäß Formel (3.11) sowie die bedingte Varianz von U , $v(\bar{X})$, und deren Ableitung zu bestimmen. Als entscheidender Unterschied gegenüber der Herleitung der Granularitätsanpassung lässt sich $v(\bar{X})$ jedoch in zwei Terme zerlegen, $v_{\text{GA}}(\bar{X})$ und $v_{\infty}(\bar{X})$.¹³⁸ Dabei beschreibt $v_{\text{GA}}(\bar{X})$ die Varianz, die aufgrund von unsystematischen Risiken verursacht wird. Der zweite Term, $v_{\infty}(\bar{X})$, stellt hingegen die Varianz infolge von systematischen Risiken dar, die zusätzlich zum bereits im Ein-Faktor-Modell berücksichtigten systematischen Risiko auftreten können. Da im Rahmen der Berechnung der bedingten Varianz unterschieden werden kann nach Effekten resultierend aus systematischen sowie unsystematischen Risiken, kann folglich die Multi-Faktor-Anpassung ΔVaR_z in gleicher Weise zerlegt werden, d.h. es gilt

$$\Delta\text{VaR}_z = \Delta\text{VaR}_z^{\infty} + \Delta\text{VaR}_z^{\text{GA}}, \quad (3.13)$$

bzw.

$$\text{VaR}_z(L) = \text{VaR}_z(\bar{L}) + \Delta\text{VaR}_z^{\infty} + \Delta\text{VaR}_z^{\text{GA}}. \quad (3.14)$$

Dabei stellen $\Delta\text{VaR}_z^{\infty}$ die eigentliche Multi-Faktor-Anpassung und $\Delta\text{VaR}_z^{\text{GA}}$ die Granularitätsanpassung dar. Für Portfolios, für die eine unendliche Granularität unterstellt werden kann, verschwindet folglich der Einfluss unsystematischer Risiken, sodass ebenfalls der Term $\Delta\text{VaR}_z^{\text{GA}}$ den Wert null besitzt. Liegt der Fokus ausschließlich in der Messung möglicher Sektorkonzentrationen, erweist sich damit ausschließlich die Summe $\text{VaR}_z(\bar{L}) + \Delta\text{VaR}_z^{\infty}$ als relevanter Teil, da nur mittels dieser Terme systematische Effekte erfasst werden. Interessanterweise zeigen Düllmann/Masschelein (2007), dass selbst bei ausschließlicher Verwendung von $\text{VaR}_z(\bar{L})$ zur Risikoermittlung nur vergleichsweise kleine Fehler gegenüber der Rechnung bei Berücksichtigung von $\Delta\text{VaR}_z^{\infty}$ auftreten. Hierauf wird in Kapitel 4.2.3 noch näher eingegangen, da sich mittels dieses vereinfachten Ansatzes eine Bestimmung des Risikos unter Berücksichtigung von korrelierten Sicherheitswerten herleiten lässt.

¹³⁶Die Vorgehensweise zur Bestimmung der notwendigen Parameter gewährleistet, dass die erste Ableitung des VaR genau null ergibt. Vgl. hierzu Anhang 3.6.2.

¹³⁷Vgl. hierzu die Herleitung der Granularitätsanpassung im Anhang 3.6.1.

¹³⁸Die zur Bestimmung von ΔVaR_z erforderlichen Formeln sind im Anhang 3.6.3 zu finden.

Aufbauend auf dem VaR-Ansatz wird nun die ebenfalls von Pykhtin (2004) hergeleitete Multi-Faktor-Anpassung für den ES vorgestellt. Unter Verwendung des zuvor präsentierten Ergebnisses, $\text{VaR}_z(L) = \text{VaR}_z(\bar{L}) + \Delta \text{VaR}_z$, lässt sich der ES, definiert gemäß (2.14), schreiben als

$$\begin{aligned} \text{ES}_z(L) &= E(L|L \geq \text{VaR}_z(L)) = \frac{1}{1-z} \int_z^1 (\text{VaR}_s(\bar{L}) + \Delta \text{VaR}_s) ds \\ &= \text{ES}_z(\bar{L}) + \frac{1}{1-z} \int_z^1 \Delta \text{VaR}_s ds = \text{ES}_z(\bar{L}) + \Delta \text{ES}_z. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Somit ergibt sich die Multi-Faktor-Anpassung für den ES nach derselben Vorgehensweise wie zuvor für den VaR. Der erste Term der Summe entspricht hierbei dem ES des Ein-Faktor-Modells. ΔES_z beschreibt hingegen die Multi-Faktor-Anpassung. Der ES für den Portfolioverlust \bar{L} im Ein-Faktor-Modell lässt sich gemäß (2.40) berechnen zu

$$\text{ES}_z(\bar{L}) = \frac{1}{1-z} \sum_{i=1}^n w_i \cdot \text{LGD}_i \cdot N_2 \left[N^{-1}(PD_i), N^{-1}(1-z), c_i \right]. \quad (3.16)$$

Weiter ergibt sich die Multi-Faktor-Anpassung ΔES_z als¹³⁹

$$\Delta \text{ES}_z = -\frac{1}{2 \cdot (1-z)} \cdot n(k) \frac{v(k)}{dl(k)/dk} \Big|_{k=N^{-1}(1-z)}. \quad (3.17)$$

Mittels der im Anhang 3.6.3 aufgeführten Funktionen lässt sich somit auch unmittelbar ΔES_z berechnen. Wiederum kann die Multi-Faktor-Anpassung zerlegt werden in einen systematischen und einen unsystematischen Anteil. Die Summe $\text{ES}_z(\bar{L}) + \Delta \text{ES}_z^\infty(L)$ misst hierbei mögliche Risikozunahmen aufgrund existierender Sektorkonzentrationen und $\Delta \text{ES}_z^{GA}(L)$ berücksichtigt Effekte in Folge von Adressenkonzentration. Der ES für ein Portfolio in einem Multi-Faktor-Modell berechnet sich damit als Summe der vorweg aufgeführten Terme

$$\text{ES}_z(L) = \text{ES}_z(\bar{L}) + \Delta \text{ES}_z^\infty + \Delta \text{ES}_z^{GA}. \quad (3.18)$$

Abschließend bleibt festzuhalten, dass mittels des vorgestellten Ansätze sowohl der VaR als auch der ES approximativ für ein Multi-Faktor-Modell berechnet werden können. Die Güte dieses Verfahren wird im Rahmen der noch folgenden Simulationen bewertet.

¹³⁹Vgl. Anhang 3.6.4.

3.4.4 Multi-Faktor-Anpassung von Céspedes, Herrero, Kreinin und Rosen

3.4.4.1 Modellbeschreibung

Im nun vorgestellten Berechnungsansatz von Céspedes et al. (2006) wird eine Multi-Faktor-Anpassung hergeleitet, mittels der das ökonomische Kapital in einem Multi-Faktor-Modell auf Grundlage des regulatorischen Kapitals approximativ berechnet werden kann.¹⁴⁰ Basierend auf einem noch näher zu definierenden Diversifikationsfaktor (DF) wird eine Adjustierung des regulatorischen Kapitals durchgeführt, um der jeweiligen Struktur des analysierten Kreditportfolios individuell Rechnung zu tragen. Mögliche risikorelevante Effekte aus bestehenden Sektorkonzentrationen, die im Rahmen des ASRF-Modells und damit bei Ermittlung des regulatorischen Kapitals unberücksichtigt bleiben, werden auf diese Weise durch das ökonomische Kapital erfasst. Mit gegebenem Diversifikationsfaktor kann das ökonomische Kapital EC approximativ als Produkt von DF und RC ermittelt werden, d.h. es gilt

$$EC^{mf} \approx DF \cdot RC. \quad (3.19)$$

Wie vorweg bereits aufgeführt, wird hierbei in Céspedes et al. (2006) unterstellt, dass das regulatorische Kapital gemäß Säule 1 eine obere Grenze des tatsächlichen Risikos¹⁴¹ und damit auch des ökonomischen Kapitals aufgrund der fehlenden Berücksichtigung von Diversifikationseffekten darstellt. Dieser Annahme folgend, d.h. $EC^{mf} \stackrel{!}{\leq} RC$, kann der Parameter DF auch nur Ausprägungen kleiner oder gleich eins annehmen. Wird jedoch zur Berechnung des ökonomischen Kapitals die Intra-Korrelation statt mittels der Basel-Formel (2.47), wie in Céspedes et al. (2006) unterstellt, mittels der selbst hergeleiteten Formel für ρ_{Intra}^{Imp} bestimmt, gilt dieser Zusammenhang nicht mehr. In Abhängigkeit des Diversifikationsgrades eines Kreditportfolios kann in diesem Fall das ökonomische Kapital sowohl höher als auch geringer als das regulatorische Kapital ausfallen.¹⁴² Dementsprechend ist der Diversifikationsfaktor bei dieser Vorgehensweise auch nicht nach oben auf eins beschränkt. Sowohl der vorteilhafte Effekt aus einer erhöhten Sektordiversifikation als auch das zusätzliche Risiko aufgrund einer signifikanten Sektorkonzentration lassen sich

¹⁴⁰Genau genommen wird bei Céspedes et al. (2006) das ökonomische Kapital eines Multi-Faktor-Modells mit dem ökonomischen Kapital eines Ein-Faktor-Modells in Relation gesetzt. Der hierbei genutzte Berechnungsansatz für die zweite aufgeführte Größe entspricht jedoch genau der des regulatorischen Kapitals, gemäß der in Kapitel 2 getroffenen Definition, sodass folglich auf das regulatorische Kapital als Bezugsgröße abgestellt wird.

¹⁴¹Hiermit ist das Risiko gemeint, das bei Nutzung eines Multi-Faktor-Modells resultiert. Zu dessen Berechnung unterstellten Céspedes et al. (2006) jedoch, dass der Intra-Korrelationsparameter ρ gemäß der Basel-Formel 2.47 bestimmt wird.

¹⁴²Vgl. hierzu die Diskussion zur Bestimmung der Intra-Korrelation im Rahmen der Parametrisierung eines Multi-Faktor-Modell in Kapitel 3.4.2.

daher bei Verwendung von ρ_{Intra}^{Imp} zur Parametrisierung des Multi-Faktor-Modells durch den DF abbilden.

Um den Grad der Diversifikation bzw. Konzentration eines Kreditportfolios adäquat abzubilden, basiert bei Cespedes et al. (2006) der Adjustierungsterm DF maßgeblich auf zwei Parametern:

- dem durchschnittlichen Kapital-Diversifikation-Index (engl. capital diversification index, CDI),
- der durchschnittlichen gewichteten Inter-Korrelation $\bar{\beta}$.

Die beiden in Rede stehenden Parameter lassen sich dabei unmittelbar für ein vorliegendes Portfolio ableiten. Die durchschnittliche Inter-Korrelation des Portfolio $\bar{\beta}$ berechnet sich hierbei als die gewichtete Korrelation zwischen den einzelnen Sektoren

$$\bar{\beta} = \frac{\sum_{s=1}^S \sum_{t \neq s} \rho_{s,t}^{Inter} \cdot RC_s \cdot RC_t}{\sum_{s=1}^S \sum_{t \neq s} RC_s \cdot RC_t}, \quad (3.20)$$

wobei RC_s das regulatorische Kapital des Sektors s beschreibt. Die Korrelation zwischen zwei Sektoren s und t wird mittels des regulatorischen Kapitals beider Sektoren gewichtet, um den Risikobeitrag jedes Sektors einfließen zu lassen. Der zweite genutzte Parameter ist der CDI. Dieser beschreibt die Sektorkonzentration in Form des relativen Gewichts des je Sektor zu bildenden regulatorischen Kapitals

$$CDI = \frac{\sum_{s=1}^S (RC_s)^2}{\left(\sum_{s=1}^S RC_s\right)^2}. \quad (3.21)$$

Der definierte CDI entspricht dem in Kapitel 3.3.1 vorgestellten Konzentrationsmaß HHI und liegt folglich zwischen den beiden Grenzen

- $CDI=1/n$, falls eine perfekte Diversifikation vorliegt und somit alle RC_s den gleichen Wert besitzen,
- $CDI=1$, falls eine perfekte Sektorkonzentration vorliegt und somit für einen Sektor t gilt $(RC_t)^2 = \sum_{s=1}^S (RC_s)^2$.

Um die Komplexität des Modells nicht zu stark anwachsen zu lassen, wird in Cespedes et al. (2006) bewusst auf zusätzliche potentielle Inputfaktoren verzichtet.

Es verbleibt nun noch zu zeigen, wie die Schätzung des Parameter DF grundsätzlich erfolgt. In einem ersten Schritt ist das ökonomische sowie das regulatorische Kapital für eine Vielzahl unterschiedlicher Portfolios mittels Monte-Carlo-Simulationen bzw. der Basel-Formel zu berechnen. Für jedes hierbei simulierte Portfolio kann der resultierende Diversifikationsfaktor entsprechend der Formel (3.19) sowie die beiden Parameter CDI und $\bar{\beta}$ ermittelt werden. Basierend auf diesen Ergebnissen wird in einem zweiten Schritt eine Regression durchgeführt, um eine Schätzfunktion für den Diversifikationsfaktor zu bestimmen, wobei als Regressoren die beiden Parameter CDI und $\bar{\beta}$ genutzt werden. Liefert die Regression eine Funktion mit einem ausreichend hohen Erklärungsgehalt, sodass durch DF der Effekt von Sektordiversifikation bzw. Sektorkonzentration abgebildet wird, lässt sich EC^{mf} approximativ durch Formel (3.19) bestimmen. Zeitaufwendige Monte-Carlo-Simulationen können somit bei Vorliegen von DF vermieden werden.

Abschließend ergibt sich damit unter Berücksichtigung aller notwendigen Inputfaktoren der approximative Berechnungsansatz des ökonomischen Kapitals zu

$$EC^{mf} \approx DF(CDI, \bar{\beta}) \cdot RC. \quad (3.22)$$

Aufgrund der Additivitäts-Eigenschaft des regulatorische Kapitals im ASRF-Modell, kann (3.22) ersetzt werden durch

$$EC^{mf} \approx DF(CDI, \bar{\beta}) \cdot \sum_{s=1}^S RC_s. \quad (3.23)$$

Wie im Folgenden noch gezeigt werden wird, liefert dieser Schätzansatz sehr gute Näherungslösungen des tatsächlichen Kreditrisikos.

3.4.4.2 Herleitung der Schätzfunktion zur Bestimmung eines Diversifikationsfaktors

Im vorliegenden Abschnitt wird detailliert die selbst durchgeführte Ermittlung einer Schätzfunktion des Diversifikationsfaktors beschrieben. Um eine möglichst allgemeingültige Funktion zu erhalten, werden eine Vielzahl an Portfolios generiert und für diese die notwendigen Berechnungen und Simulationen durchgeführt. Bei der Erzeugung der Portfolios werden gewisse Einschränkungen getroffen, um Portfolios mit unrealistischen bzw. unplausiblen Ausprägungen von vornherein ausschließen und unnötige Berechnungen vermeiden zu können. Unter Verwendung der noch zu definierenden Parametervorgaben werden alle Portfolios zufällig generiert. Für die hierbei benötigten Inputparameter werden bestimmte Bandbreiten oder z.T. auch nur einzelne Ausprägungen vorgegeben, aus de-

nen für jedes Portfolio zufällig gezogen wird. Die Intra-Korrelation ρ_{Imp}^{Intra} wird mittels der hergeleiteten Formel (3.9) berechnet. Als Inter-Korrelationsstruktur wird die Matrix aus Tabelle 3.6 verwendet, sodass die einzelnen Sektoren aller erzeugten Portfolios aus derselben Grundgesamtheit stammen. Die Anzahl der Sektoren eines Portfolios wird zufällig generiert und liegt zwischen zwei und elf Sektoren. Die Sektorgewichte liegen in $[0,1]$. Die Gesamtanzahl an Krediten eines Portfolios beträgt 5000. Diese werden mittels einer Gleichverteilung den vorhandenen Sektoren zugeordnet. Jeder Sektor besteht wiederum aus Krediten unterschiedlicher PD-Gruppen AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC. Statt mittels einer Gleichverteilung wird die Verteilung der PDs durch Ziehen aus den in Kapitel 3.4.2 definierten Portfolioqualitäten sehr hoch, hoch, mittel, gering, sehr gering für jeden Sektor einzeln bestimmt.¹⁴³ Mit den beschriebenen Parametervorgaben werden in Summe 75000 Portfolios erzeugt, um für diese das ökonomische Kapital im Multi-Faktor-Modell zu berechnen. Die Berechnung erfolgt für 25000 Portfolios mittels Monte-Carlo-Simulationen sowie für 50000 Portfolios mit Hilfe der Multi-Faktor-Anpassung von Pykhtin. Auf eine Änderung gegenüber dem Vorgehen in Cespedes et al. (2006) sei abschließend noch hingewiesen. Statt des VaR wird als Risikomaß der ES genutzt, wie in Kapitel 3.4.2 erläutert. Dementsprechend ergibt sich für die durchgeführten Rechnungen das ökonomische Kapital zu $EC^{mf} = ES_{99,72\%}^{mf} - EL$.¹⁴⁴ Für die Berechnung des regulatorischen Kapitals gilt aber weiterhin $RC = VaR^{Basel} - EL$.¹⁴⁵

Die Ergebnisse der berechneten Diversifikationsfaktoren erweisen sich als annähernd gleich, unabhängig davon ob sie auf den Monte-Carlo-Simulationen oder dem Pykhtin-Ansatz basieren. In Abbildung 3.3 sind die bei Nutzung des Pykhtin-Ansatzes resultierenden Faktoren dargestellt. Um im letzten erforderlichen Schritt die Schätzfunktion des DFs mit Hilfe einer Regression zu ermitteln, ist vorab der verwendete Typ der Regressionsgleichung festzulegen. Hierzu wurden unterschiedliche Regressionen getestet, wobei analog zu Cespedes et al. (2006) die folgende Gleichung den höchsten Erklärungsgehalt besitzt.

$$DF = a_0 + a_1(1 - CDI)(1 - \bar{\beta}) + a_2(1 - CDI)^2(1 - \bar{\beta}) + a_3(1 - CDI)(1 - \bar{\beta})^2. \quad (3.24)$$

Im Unterschied zu Cespedes et al. (2006) wird die Konstante a_0 jedoch nicht vorab auf eins

¹⁴³Die Parametervorgaben sind ähnlich zu Cespedes et al. (2006). Jedoch wird, wie vorweg erläutert, die Korrelationsstruktur auf unterschiedliche Weise erzeugt.

¹⁴⁴Statt des RC wurde auch alternativ der ES als Zielwert verwendet, jedoch verringert sich hierdurch der Erklärungsgehalt der Schätzfunktion. Daher wurde dieser Ansatz wieder verworfen.

¹⁴⁵Alternativ wäre ebenfalls zur Ermittlung des RCs die Verwendung des ES im ASRF-Modell möglich gewesen. Testrechnungen haben hiermit nur marginale Unterschiede ergeben, jedoch erweist sich die Implementierung des VaR als deutlich einfacher, insbesondere bei Verwendung von Tabellenkalkulationen, wie z.B. Excel. Die Bestimmung des ES gemäß Formel (2.40) erfordert die Bestimmung der kumulierte Verteilungsfunktion einer bivariaten Normalverteilung, wohingegen zur Berechnung des VaR nur eine univariate Verteilungsfunktion benötigt wird.

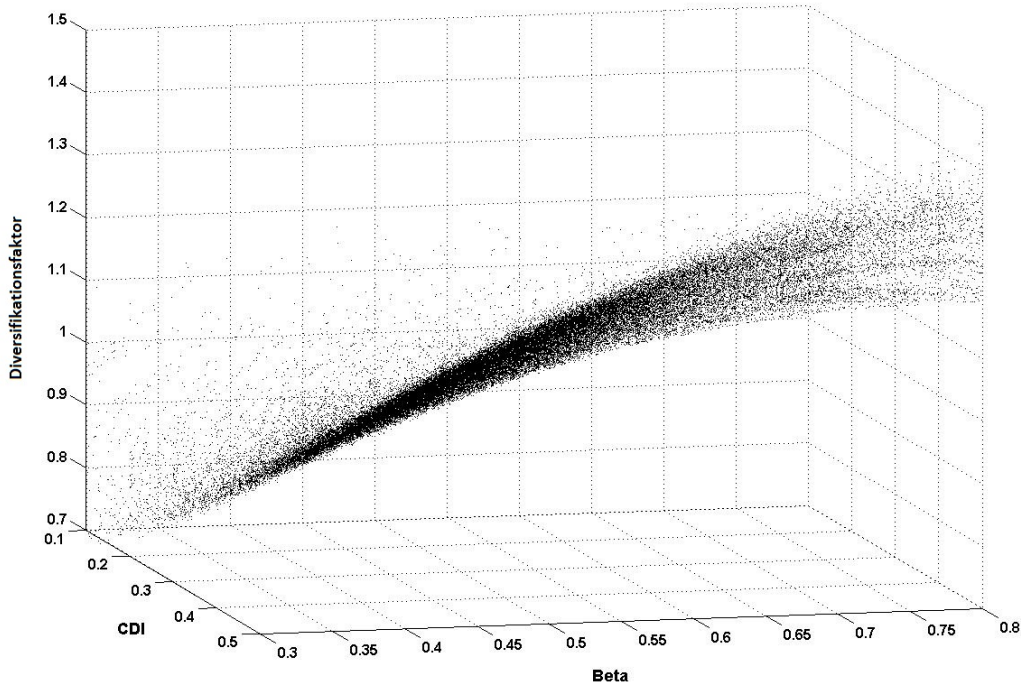


Abbildung 3.3: Berechnete Diversifikationsfaktoren für 50.000 Simulationen

gesetzt, da der resultierende Diversifikationsfaktor nicht nach oben durch eins beschränkt ist. Basierend auf den ermittelten Monte-Carlo-Simulationen besitzen die Koeffizienten der Regressionsgleichung folgende Ausprägungen

$$DF_{MC} = 1,4626 + 1,4475(1 - CDI)(1 - \bar{\beta}) + 0,0382(1 - CDI)^2(1 - \bar{\beta}) + 0,3289(1 - CDI)(1 - \bar{\beta})^2, \quad (3.25)$$

mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 95,5\%$. Analog wird auch für die Ergebnisse des Pykhtin-Ansatzes eine Regression durchgeführt, für die folgende Gleichung resultiert

$$DF_{Pykhtin} = 1,4598 + 1,4168(1 - CDI)(1 - \bar{\beta}) + 0,0213 \cdot (1 - CDI)^2(1 - \bar{\beta}) + 0,2421(1 - CDI)(1 - \bar{\beta})^2, \quad (3.26)$$

mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 97,9\%$. Ein Plot dieser Funktion ist in Abbildung 3.4 zu finden. Die beiden hergeleiteten Funktionen (3.25) und (3.26) ermöglichen im Zusammenspiel mit Formel (3.22) die approximative Ermittlung des ökonomischen Kapitals für Multi-Faktor-Modelle. Anhand beider Schätzfunktionen ist zu sehen, dass der maximale Diversifikationsfaktor ca. 1,46 beträgt. Somit steigt bei maximaler Sektorkonzentration ($CDI \approx 1$ oder $\bar{\beta} \approx 1$), was gleichbedeutend ist mit nur einem im Portfolio enthaltenen Sektor bzw. perfekter Korrelation zwischen den Sektoren, die Kapitalanforderungen um 46% gegenüber dem nach Säule 1 ermittelten regulatorischem Kapital. Der minimale Diversifikationsfaktor mit $CDI \approx 0$ und $\bar{\beta} \approx 0$ liegt hingegen bei nur ca. 0,31,

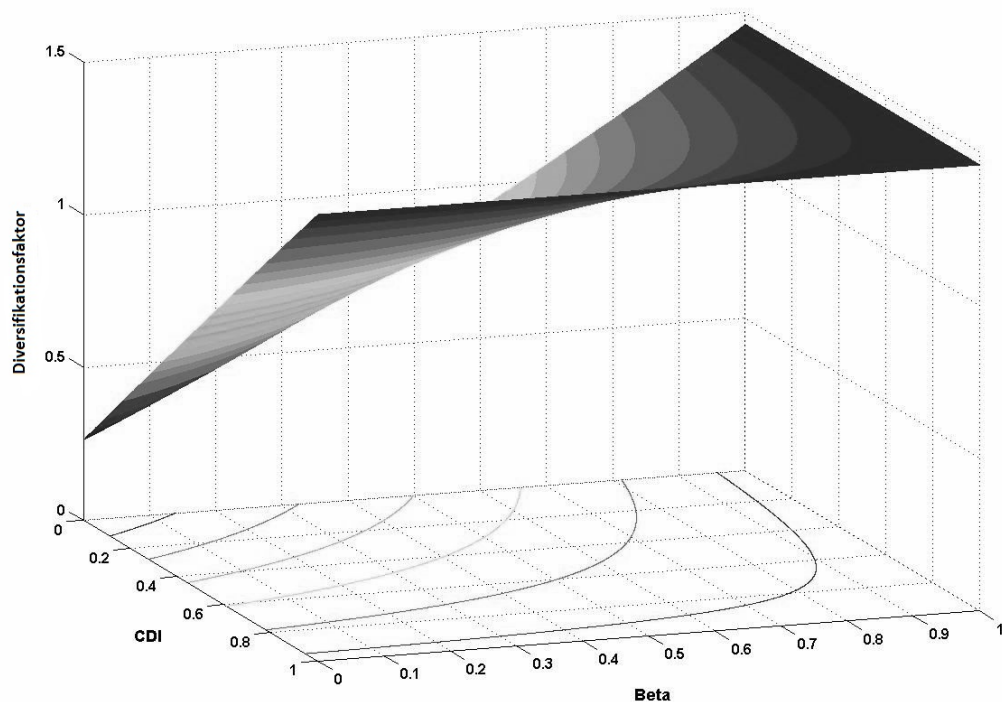


Abbildung 3.4: Plot der ermittelten DF-Funktion

wobei dieser Fall als eine rein theoretische Konstellation erachtet werden kann.¹⁴⁶ Als letzter Punkt bleibt festzuhalten, dass beide Funktionen streng monoton wachsend sind, was intuitiv zu erwarten war, da beide Inputfaktoren mit steigenden Werten eine höhere Sektorkonzentration implizieren.

Analog zum Multi-Faktor-Ansatz von Pykhtin liefert auch der in diesem Kapitel vorgestellte Ansatz grundsätzlich die Möglichkeit sowohl den VaR als auch den ES approximativ für ein Multi-Faktor-Modell zu berechnen. Aufgrund der komplexen Herleitung wurde jedoch nur eine Schätzfunktion zur Bestimmung des ES ermittelt, deren Güte in den folgenden Simulationen analysiert wird.

3.4.5 Messung von Sektorkonzentrationen

3.4.5.1 Risikoanalysen für deterministische Portfolios

In einem ersten Schritt wird in den Analysen die Güte der vorweg präsentierten Modelle ermittelt. Hierzu werden die Risiken für fünf gut diversifizierte Portfolios unterschiedlicher Kreditqualität berechnet. Um Adressenkonzentration ausschließen zu können, beste-

¹⁴⁶Da einerseits $CDI=0$ eine gegen unendlich konvergierende Anzahl an Sektoren verlangt, andererseits $\bar{\beta}=0$ jedoch eine Unkorreliertheit zwischen den Sektoren erfordert, entsteht unmittelbar eine in der Praxis nicht anzutreffende Situation.

hen die Portfolios jeweils aus 5000 Krediten. Damit die Sektorverteilung der eines gut diversifizierten Portfolio entspricht, werden wiederum, wie in Kapitel 3.4.2, die Sektoren und deren anteilige Gewichtung entsprechend der Struktur des deutschen Bankensystems gewählt. Die Inter-Korrelation ergibt sich gemäß Tabelle 3.6 und die Intra-Korrelation wird mit Formel (3.9) berechnet. Die fünf unterschiedlichen PD-Verteilungen sind in Abbildung 3.2 aufgeführt. Portfolio 1 stellt das Portfolio mit der besten und Portfolio 5 das mit der schlechtesten Kreditqualität dar.

Die hieraus resultierenden Ergebnisse aller verwendeten Modelle lassen sich in Tabelle 3.9 finden. Die ermittelten $ES_{99,72\%}^{mf}$ der Monte-Carlo-Simulationen (MC-Sim) sind hierbei

Tabelle 3.9: Modellvergleich für 5 Benchmarkportfolios anhand der absoluten und relativen Fehler

	Portfolio 1	Portfolio 2	Portfolio 3	Portfolio 4	Portfolio 5
MC-Sim					
ES(%)	6,23	7,68	12,95	20,88	23,15
VaR(%)	6,18	7,62	12,94	20,93	23,30
Abs. Fehler(bps)	-5	-6	-1	5	15
Rel. Fehler(%)	-0,8	-0,78	0,08	0,24	0,65
Basel II					
VaR(%)	6,12	7,59	12,95	20,89	23,26
Abs. Fehler(bps)	-11	-9	-0	1	11
Rel. Fehler(%)	-1,77	-1,17	0,00	0,05	0,48
Pykhtin					
ES(%)	6,21	7,66	12,91	20,80	23,20
Abs. Fehler(bps)	-2	-2	-4	-8	5
Rel. Fehler(%)	-0,32	-0,26	-0,31	-0,38	0,22
Cespedes I					
ES(%)	6,07	7,51	12,70	20,43	22,79
Abs. Fehler(bps)	-16	-17	-25	-45	-36
Rel. Fehler(%)	-2,57	-2,21	-1,93	-2,16	-1,56
Cespedes II					
ES(%)	6,00	7,45	12,68	20,48	22,87
Abs. Fehler(bps)	-23	-23	-27	-40	-28
Rel. Fehler(%)	-3,69	-2,99	-2,08	-1,92	-1,21

als die tatsächlichen Risiken zu interpretieren, die im Multi-Faktor-Modell resultieren, und gelten somit als Benchmark für die weiteren Modelle.¹⁴⁷ Weiter gilt, dass der simulierte $ES_{99,72\%}^{mf}$ fast perfekt mit dem simulierten $VaR_{99,9\%}^{mf}$ übereinstimmt. Somit bleibt auch beim Übergang von einem Ein- zu einem Multi-Faktor-Modell das Matching zwischen den beiden Risikomaßen für die vorab definierten Konfidenzniveaus erhalten. Die

¹⁴⁷ Als Anzahl der Simulationsdurchläufe wurden 500000 gewählt.

Basel-Ergebnisse (Basel II) stellen das Risiko gemäß den Mindestkapitalanforderungen dar. Hierbei ist zu erkennen, dass für die fünf erzeugten Portfolios die Basel-Formel eine gute Näherungslösung der „wahren“ Risiken darstellt. Der Pykhtin-Ansatz liefert ebenfalls sehr gute Approximationen des ES. Die Ergebnisse der beiden Cespedes-Modelle weisen hingegen eine im Vergleich deutliche Abweichung auf. Mit Cespedes I bzw. Cespedes II ist hierbei jeweils das Modell bezeichnet, das mittels Monte-Carlo-Simulationen bzw. des Pykhtin-Ansatz kalibriert wurde. Mit steigender Kreditqualität wird der Fehler bei beiden Modellen jeweils größer und führt zu einer wachsenden Risikounterschätzung.

In einem nächsten Schritt werden die Portfoliostrukturen in der Form verändert, dass systematisch eine hohe Sektorkonzentration in allen fünf Portfolios generiert wird. Hierzu werden jeweils 45% der vorhandenen Kreditnehmer den beiden Sektoren „IT“ und „Telekommunikationsdienste“ zugeordnet. Die verbleibenden 10% werden gleichverteilt den restlichen neuen Sektoren zugeordnet. Wie in Tabelle 3.10 zu sehen ist, steigt das Risiko erwartungsgemäß für alle Portfolios erheblich an. Wiederum weichen die simulierten

Tabelle 3.10: Modellvergleich für 5 Portfolios mit hoher Sektorkonzentration anhand der absoluten und relativen Fehler

	Portfolio 1	Portfolio 2	Portfolio 3	Portfolio 4	Portfolio 5
MC-Sim					
ES(%)	7,69	9,22	15,41	24,41	27,10
VaR(%)	7,48	9,17	15,36	24,51	27,06
Abs. Fehler(bps)	-21	-5	-5	10	-6
Rel. Fehler(%)	-2,73	-0,54	-0,32	0,41	0,15
Basel II/III					
VaR(%)	6,12	7,59	12,95	20,89	23,26
Abs. Fehler(bps)	-157	-163	-246	-352	-384
Rel. Fehler(%)	-20,42	-17,68	-15,96	-14,42	-14,17
Pykhtin					
ES(%)	7,66	9,29	15,46	24,39	27,03
Abs. Fehler(bps)	-3	7	5	-2	-7
Rel. Fehler(%)	-0,35	-0,76	0,31	-0,08	-0,24
Cespedes I					
ES(%)	7,40	9,08	15,59	25,07	27,95
Abs. Fehler(bps)	-29	-14	18	66	85
Rel. Fehler(%)	-3,77	1,52	1,17	2,70	3,14
Cespedes II					
ES(%)	7,22	8,86	15,19	24,38	27,14
Abs. Fehler(bps)	-47	-36	-22	-3	4
Rel. Fehler(%)	-6,11	-3,90	-1,43	-0,12	0,15

Werte des $ES_{99,72\%}^{mf}$ und des $VaR_{99,9\%}^{mf}$ nur geringfügig voneinander ab. Die Basel-Formel

unterschätzt hingegen das Risiko mit 14% bis 20% deutlich. Der hierbei aufgetretene Fehlbetrag sollte dementsprechend im Rahmen der nach Säule 2 geforderten Eigenkapitalreserven als zusätzlich erforderliches Kapital Berücksichtigung finden. Der Ansatz von Pykhtin liefert weiterhin sehr gute Näherungslösungen und berücksichtigt somit den Anstieg der Sektorkonzentration. Cespedes I führt zunächst bei hoher Kreditqualität zu einer Risikounterschätzung und bei schlechter Kreditqualität zu einer Risikoüberschätzung mit einer maximalen Abweichung von knapp 4%. Im Gegensatz hierzu unterschätzt Cespedes II das Risiko für 4 von 5 Portfolios mit einer maximalen Abweichung von 6%. Die erzeugte Sektorkonzentration scheint somit nicht vollständig durch das Modell berücksichtigt zu werden.

Abschließend werden Portfolios mit geringer Sektorkonzentration generiert. Zu diesem Zweck werden alle Kreditnehmer gleichmäßig über alle Sektoren verteilt, sodass jeder Sektor ein Gewicht von $1/11$ besitzt. Die hierfür quantifizierten Risiken sind in Tabelle 3.11 aufgelistet.

Tabelle 3.11: Modellvergleich für 5 Portfolios mit geringer Sektorkonzentration anhand der absoluten und relativen Fehler

	Portfolio 1	Portfolio 2	Portfolio 3	Portfolio 4	Portfolio 5
MC-Sim					
ES(%)	5,66	6,98	12,16	19,78	22,06
VaR(%)	5,64	6,94	12,17	19,81	22,10
Abs. Fehler(bps)	-2	-4	1	3	4
Rel. Fehler(%)	-0,35	-0,57	0,08	0,15	0,18
Basel II/III					
VaR(%)	6,12	7,59	12,95	20,89	23,26
Abs. Fehler(bps)	46	61	79	111	120
Rel. Fehler(%)	8,13	8,74	6,50	5,61	5,44
Pykhtin					
ES(%)	5,67	6,98	12,14	19,74	22,08
Abs. Fehler(bps)	1	0	-2	-4	2
Rel. Fehler(%)	0,26	-0,07	-0,16	-0,21	0,09
Cespedes I					
ES(%)	5,66	6,94	11,92	19,17	21,38
Abs. Fehler(bps)	0	-4	-24	-61	-68
Rel. Fehler(%)	0,0	-0,57	-1,97	-3,08	-3,08
Cespedes II					
ES(%)	5,64	6,94	12,06	19,52	21,81
Abs. Fehler(bps)	-2	-4	-10	-26	-25
Rel. Fehler(%)	-0,35	-0,57	-0,82	-1,31	-1,13

Es ist unmittelbar zu sehen, dass das ökonomische Kapitel sichtbar unterhalb des regu-

latorischen Kapitals liegt. Somit erweist es sich als vergleichsweise einfach ein Portfolio zu generieren, dass besser diversifiziert als das in Kapitel 3.4.2 definierte Gesamtmarktportfolio ist, welches als gut diversifiziert angenommen wird. Die beiden simulierten Risikomaße sind erneut fast identisch. Das Pykhtin-Modell liefert wiederum sehr gute Näherungslösungen. Beide Cespedes-Modelle führen zu einer Unterschätzung des Risikos, wobei der Approximationsfehler überwiegend sehr klein ausfällt.

3.4.5.2 Simulationsstudien für homogene und heterogene Portfoliostrukturen

Um allgemeingültige Ergebnisse zu erzielen, werden folgend die Modelle anhand einer Vielzahl zufällig erzeugter Portfolios getestet und beurteilt. Zu diesem Zweck werden vier Simulationsstudien mit unterschiedlichen Bedingungen durchgeführt, wobei die Risiken für homogene als auch heterogene Portfolios ermittelt werden. In jeder Simulation wird ein Portfolio unter gewissen Vorgaben generiert und dessen ES mittels der zur Auswahl stehenden Modelle berechnet. Nach jeweils 100 Durchläufen, d.h. 100 bewerteten Portfolios, wird der mittlere quadratische Fehler jedes Modells, sowohl absolut als auch relativ, abgeleitet. Der Fehlerterm ergibt sich hierbei für jeden Durchlauf als Differenz des ES eines Modells und des „tatsächlichen“ ES, der wiederum mittels Monte-Carlo-Simulationen erzeugt wird. Ebenfalls wird der VaR mittels der Basel-Formel sowie mit Monte-Carlos-Simulationen bestimmt, um das Risikomaß hinsichtlich seiner Genauigkeit im Vergleich zum ES zu bewerten. Die vier unterschiedlichen Simulationsstudien unterliegen den folgenden Vorgaben:

- **Simulation I**, in diesem Szenario werden ausschließlich Portfolios mit homogenen Exposure-Größen sowie homogenen PDs erzeugt, d.h. für jeden Kredit gilt: $w_i = \frac{1}{5000}$ und $PD_i = PD$. Um eine hohe Bandbreite unterschiedlicher PDs zu erhalten, werden diese für jeden Durchlauf gleichverteilt aus dem Intervall zwischen 0% und 10% gezogen. Sowohl die Sektor- als auch die Korrelationsstruktur wird wie im vorherigen Kapitel gewählt.
- **Simulation II**, in diesem Szenario werden Portfolios mit homogenen Exposure-Größen, jedoch mit heterogenen PDs generiert. Für jeden Sektor wird eine der in Kapitel 3.4.2 definierten PD-Verteilungen ausgewählt. Hierdurch kann jedem Kredit des jeweiligen Sektors eine PD eindeutig zugeordnet werden. Die Exposure-Größe bleibt, wie in Simulation I, mit $w_i = \frac{1}{5000}$ konstant. Die Sektor- und Korrelationsstruktur wird wiederum wie in Kapitel 3.4.2 gewählt.
- **Simulation III**, in diesem Szenario werden die PDs jedes Portfolios, wie in Simulation I, als homogene Größe gewählt. Die Exposure-Größe wird hingegen zufällig

und somit heterogen erzeugt. Hierzu wird zunächst die Anzahl der im Portfolio enthaltenen Sektoren zufällig zwischen 2 und 11 gewählt. Dann wird die Größe jedes Sektors mit einer Gleichverteilung zwischen 0 und 1 bestimmt, wobei im Anschluss eine Gewichtung aller Größen notwendig ist, damit die Summe aller Sektorgewichte nicht 1 überschreitet. Die Gewichte jeden Kredites innerhalb eines Sektors werden nach dem gleichen Vorgehen bestimmt. Die Korrelationsstruktur wird wie in den vorherigen Simulationen erzeugt.

- **Simulation IV**, in dieser Simulation werden sowohl die PDs als auch die Exposure-Größen aller Portfolios heterogen erzeugt. Die PDs werden hierzu nach der Vorgehensweise in Simulation II und die Exposuregrößen nach der in Simulation III bestimmt.

Für alle 4 Simulationen bestehen die Portfolios jeweils aus 5000 Kreditnehmern, sodass Adressenkonzentrationen im Rahmen der Risikomessung vernachlässigbar sind. Grundsätzlich erlauben die verwendeten Modelle natürlich ebenfalls eine Berücksichtigung möglicher Adressenkonzentration, jedoch sollen im Rahmen der durchgeführten Studie die Effekte, resultierend aus Sektorkonzentration, analysiert werden, weswegen auf die erst genannte Form von Konzentrationsrisiken verzichtet wird. Die Höhe der Sektorkonzentration schwankt für die einzelnen Simulationen. Für Simulation I und II beträgt der HHI, als statisches Maß der Sektorkonzentration, $1/11 = 9,1\%$. Da in beiden Simulationen die Exposure-Gewichte homogen und gleichverteilt über alle Sektoren gewählt werden, ist der HHI konstant über alle erzeugten Portfolios der Simulationen. Der HHI entspricht dem eines perfekt diversifizierten Portfolios. Für Simulation III und IV werden die Exposure-Gewichte hingegen zufällig erzeugt, sodass für jedes Portfolio der HHI Werte zwischen 9,1% (perfekte Diversifikation) und 1 (perfekte Konzentration) annehmen kann. Der durchschnittliche HHI beträgt ca. 30% je Simulation, was nur leicht über den von Acharya et al. (2006) ermittelten HHIs liegt, die im Rahmen der Analyse von Bankenportfolios berechnet wurden.¹⁴⁸ Somit kann an dieser Stelle geschlussfolgert werden, dass durch die getroffenen Vorgaben innerhalb der Simulationsstudien Kreditportfolios mit realistischen Ausprägungen hinsichtlich ihrer Sektorzusammensetzung erzeugt werden. Die mittleren quadratischen Fehler der vier durchgeführten Simulationsstudien lassen sich in Tabelle 3.12 finden.

Wie in den Analysen des vorherigen Kapitels liefert das Pykhtin-Modell erneut gute Näherungslösungen des tatsächlichen Risikos, welches mittels Monte-Carlo-Simulationen bestimmt wird. Insbesondere bei homogenen Exposure-Gewichten (Simulation I+II) sind die Ergebnisse sehr gut. Beide Cespedes-Modelle liefern ebenfalls für alle Simulationen

¹⁴⁸ Acharya et al. (2006) untersuchten 105 Kreditportfolios von italienischen Banken im Zeitraum von 1993-1999.

Tabelle 3.12: Modellvergleich anhand eigener Simulationsstudie

	Simulation I	Simulation II	Simulation III	Simulation IV
MC-Sim VaR				
Abs. Fehler(bps)	18	6	22	8
Rel. Fehler(%)	0,67	0,43	0,77	0,60
Basel II/III				
Abs. Fehler(bps)	259	186	264	379
Rel. Fehler(%)	11,66	13,70	8,81	25,76
Pykhtin				
Abs. Fehler(bps)	14	11	54	18
Rel. Fehler(%)	0,64	0,81	3,40	1,26
Cespedes I				
Abs. Fehler(bps)	54	11	47	20
Rel. Fehler(%)	1,73	0,79	1,65	1,53
Cespedes II				
Abs. Fehler(bps)	54	12	46	21
Rel. Fehler(%)	1,72	0,84	1,56	1,59

gute Ergebnisse. Hierbei fällt auf, dass das Cespedes-Modell für heterogene PDs (Simulation II+IV) jeweils zu genaueren Ergebnissen führt. Ein Grund hierfür könnte sein, dass die Kalibrierung ebenfalls mit heterogenen PDs durchgeführt wurde.¹⁴⁹ Insbesondere überrascht, dass für Simulation III das Pykhtin-Modell deutlich schlechter als Cespedes II abschneidet, obwohl für die Kalibrierung des letzteren Ansatzes doch sogar das Pykhtin-Modell verwendet wurde. Denkbar ist, dass potentielle Approximationsfehler des Pykhtin-Modells teilweise aufgrund von Glättungseffekten keinen signifikanten Einfluss bei Bestimmung der Regressionsgleichung nehmen.

Der Vergleich der beiden Risikomaße mit jeweils unterschiedlichen Konfidenzniveaus zeigt eine fast vollständige Übereinstimmung zwischen $ES_{99,72\%}^{mf}$ und $VaR_{99,9\%}^{mf}$. Der relative Fehler ist jeweils deutlich unter 1%. Diese Ergebnisse verdeutlichen somit, dass trotz der verletzten Kohärenzeigenschaft des VaR im Rahmen der durchgeführten Simulationsstudien keine relevanten Probleme durch dessen Verwendung auftreten. Aus praktischer Sicht ist es daher von geringer Bedeutung, welches der beiden Maße zur Kreditrisikomesung verwendet wird. Selbst das Auftreten von Sektorkonzentration hat hierbei keinen nachteiligen Einfluss. Für die mit der Basel-Formel hergeleiteten Ergebnisse muss jedoch festgehalten werden, dass hiermit für alle Simulationen die größt möglichen Ungenauigkeiten aufgetreten sind. Da in Simulation I und II eine perfekte Diversifikation in den Portfolios besteht, wird durch die Basel-Formel, aufgrund der Nichtberücksichtigung diversifizierender Effekte, das Risiko stark überschätzt. Für die Simulationen III und IV liegen hingegen im gleichen Maße Risikoüber- als auch -unterschätzungen vor. Abbildung

¹⁴⁹Vgl. Kapitel 3.4.4.1.

3.5 zeigt für Simulation III die Höhe der aufgetretenen relativen Fehler bei Ermittlung von $\text{VaR}^{\text{Basel}}$ und $\text{VaR}_{99,9\%}^{mf}$, sortiert nach aufsteigender Fehlergröße.¹⁵⁰ Der Plot verdeutlicht

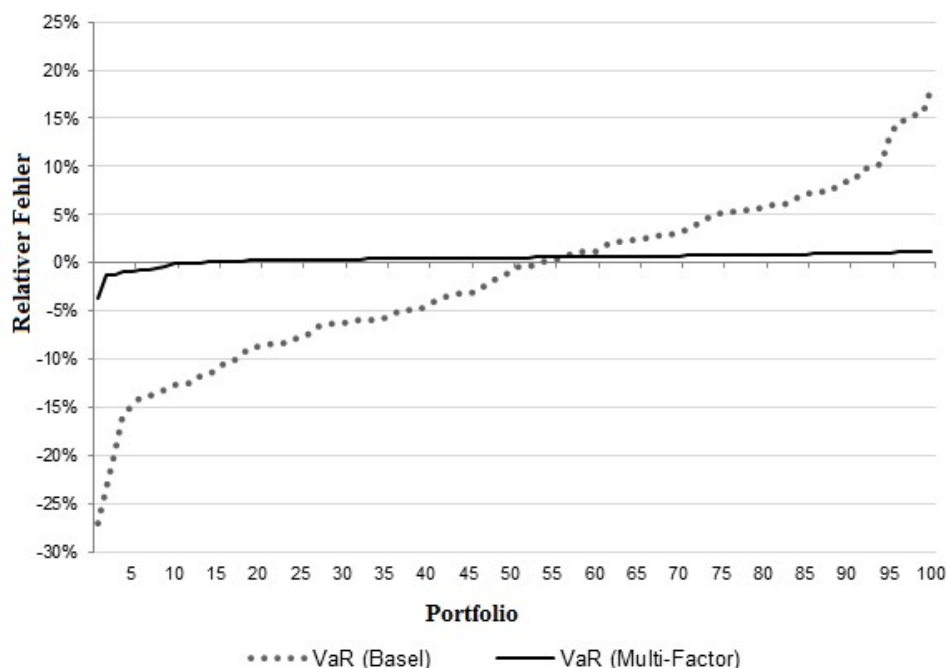


Abbildung 3.5: Abweichung des $\text{VaR}_{99,9\%}^{mf}$ sowie des $\text{VaR}^{\text{Basel}}$ vom $\text{ES}_{99,72\%}^{mf}$

anschaulich, dass mittels der Basel-Formel das tatsächliche Risiko fast ausnahmslos nur sehr ungenau approximiert wird. Für mehr als 50% der simulierten Portfolios unterschätzt $\text{VaR}^{\text{Basel}}$ und somit die Mindestkapitalanforderungen der Säule 1 das tatsächliche Risiko. In den durchgeführten Simulationen ist dies genau dann der Fall, wenn die Sektorkonzentration der generierten Portfolios zunimmt und die Annahme eines gut diversifizierten Portfolios nicht mehr erfüllt ist. Die Ergebnisse der Simulationsstudien verdeutlichen mithin anschaulich die Notwendigkeit der Berücksichtigung von potentiellen Sektorkonzentrationen. Andernfalls besteht die Gefahr von signifikanten Risikounterschätzungen. In BCBS (2006b) wird das aufgrund von Sektorkonzentration zusätzlich benötigte Kapital auf bis zu 40% geschätzt, was sogar noch oberhalb des maximalen Wertes liegt, der im Rahmen der vorgestellten Simulationen gemessen wurde. Der relative Fehler für $\text{VaR}_{99,9\%}^{mf}$ liegt hingegen maximal bei knapp 3%. In den meisten Fällen ist der Fehler sogar nahezu 0%, was nochmals bestätigt, dass für die praktische Anwendung die Wahl zwischen VaR und ES eine nur geringfügige Bedeutung besitzt. Zusätzlich wurde eine Analyse durchgeführt, um zu klären, ob diese Fehler mit einer identifizierbaren Systematik auftritt. Hierzu wurden verschiedene Portfoliovariablen, wie der HHI, die durchschnittliche Kor-

¹⁵⁰Für Simulation IV resultiert ein sehr ähnlicher Verlauf, weswegen auf dessen Darstellung verzichtet wird.

relation und die durchschnittliche PD, hinsichtlich bestehender Abhängigkeit bzgl. des Fehlers geprüft, jedoch konnte hierbei kein Zusammenhang festgestellt werden, sodass von einem unsystematischen Auftreten der Abweichung zwischen $\text{VaR}_{99,9\%}^{mf}$ und $\text{ES}_{99,72\%}^{mf}$ ausgegangen werden muss. Aus diesem Grund kann an dieser Stelle ebenfalls festgehalten werden, dass der VaR, trotz seiner theoretischen Schwächen, in der praktischen Anwendung bedenkenlos verwendet werden kann und ähnliche Ergebnisse liefert wie der ES, der als kohärentes Risikomaß als Vergleichsgröße genutzt wurde. Für die verbleibenden Untersuchungen im Rahmen der noch folgenden Kapitel wird daher davon abgesehen, jeweils beide Risikomaße zu berechnen. Stattdessen wird ausschließlich der VaR ermittelt, da sich dieser bei Nutzung analytischer Verfahren leichter bestimmen lässt.

Abschließend soll näher auf die Laufzeiten der unterschiedlichen Ansätze eingegangen werden. Die Verwendung der analytischen Verfahren im Rahmen der präsentierten Simulationsstudien begründete vorweg darauf, dass diese im Vergleich zu Monte-Carlo-Simulationen sehr geringe Laufzeiten besitzen. Eine Übersicht der jeweils im Rahmen der Untersuchungen erforderlichen Laufzeiten sind in Tabelle 3.13 gegeben.¹⁵¹ Hierbei zeigt sich, dass die analytischen Verfahren in der Tat äußerst schnell sind. Das Pykhtin-Modell weist zusätzlich den großen Vorteile gegenüber dem Cespedes-Ansatz auf, dass keine Kalibrierung vorweg erforderlich ist, da die vorliegenden Parameter des Multi-Faktor-Modells unmittelbar verwendet werden können. Das Verfahren erweist sich auch als deutlich schneller als Monte-Carlo-Simulationen. Für das Cespedes-Modell ist vorweg hingegen einmalig eine äußerst zeitaufwendige Kalibrierung notwendig, da für eine Vielzahl an Portfolios deren ökonomisches Kapital im Multi-Faktor-Modell berechnet werden muss, um basierend hierauf die Schätzfunktion des Diversifikationsfaktors abzuleiten. Entscheidend ist hierbei der gewählte Ansatz zur Berechnung der Portfoliorisiken. Wie gezeigt, lässt sich dies entweder mit Monte-Carlo-Simulation (Cespedes I) oder mit dem Pykhtin-Modell (Cespedes II) durchführen. Da sich der zweite Ansatz als der deutlich schnellere erweist und die Approximationsgüte fast identisch ausfällt, ist die Verwendung vom Pykhtin-Modell zur Kalibrierung zu präferieren. Die eigentliche Anwendung des Cespedes-Modell bei gegebener Funktion des Diversifikationsfaktors erweist sich als extrem schnell.

Tabelle 3.13: Vergleich der Laufzeit je Verfahren

	Laufzeit: Kalibrierung	Laufzeit: Anwendung
MC-Sim		20 Min
Pykhtin		10 Sek-2 Min
Cespedes I	30 Tage	0,01 Sek
Cespedes II	2 Tage	0,01 Sek

¹⁵¹Die Laufzeiten wurden auf einem PC mit 2,66 GHz CPU und 8 GB RAM gemessen.

3.5 Konzentrationen von wirtschaftlich verbundenen Unternehmen

3.5.1 Überblick

Wie im Rahmen der allgemeinen Einführung zu Konzentrationsrisiken bereits beschrieben, resultiert aus einer Konzentration in wirtschaftlich verbundene Unternehmen die Gefahr möglicher Ansteckungseffekte, sodass Zahlungsschwierigkeiten bei einem dieser Unternehmen auch mit hoher Wahrscheinlichkeit zu finanziellen Problemen der restlichen Unternehmen einer verbundenen Gruppe führen. Im schlimmsten Fall wird durch Ausfall nur eines Unternehmens eine Kettenreaktion innerhalb solch einer Gruppe ausgelöst, die zur Insolvenz aller verbundenen Unternehmen führt. Die BaFin spricht hierbei von einem Dominoeffekt, der durch bilaterale Geschäftsbeziehungen ausgelöst werden kann.¹⁵² Eine Vielzahl empirischer Studien belegt ebenfalls, dass Kreditausfälle weitaus häufiger gemeinsam auftreten, als durch die implizierte Ausfallkorrelation der gängigen Risikomodelle zu erwarten wäre.¹⁵³ Weiter wird in Das et al. (2007) sogar gezeigt, dass basierend auf einer Stichprobe von ausgefallenen US-Unternehmen die Hypothese der bedingten Unabhängigkeit, die die Grundlage gängiger Kreditrisikomodelle darstellt, infolge von Ansteckungseffekten abgelehnt werden kann.

Um im Rahmen der noch folgenden Modellerweiterungen eine klare Abgrenzung zwischen den möglichen Arten von Konzentrationsrisiken zu gewährleisten, wird hinsichtlich der Wirkungsweise von wirtschaftlicher Abhängigkeit und dem hieraus resultierenden Ansteckungseffekt die aufsichtsrechtliche Sichtweise übernommen. Diese besagt, dass aus wirtschaftlicher Abhängigkeit ausschließlich unsystematische Risiken resultieren und aufgrund einer ein- oder beidseitigen Abhängigkeit finanzielle Probleme zwischen verbundenen Unternehmen direkt übertragen werden.¹⁵⁴ In der Literatur wird hierbei auch häufig von einem sogenannten Ansteckungskanal (engl. Contagion Channel) gesprochen, der zwischen verbundenen Unternehmen besteht und die Ursache für den beschriebenen Dominoeffekt darstellt.¹⁵⁵

In Abgrenzung hierzu sind Sektorkonzentrationsrisiken als systematische Risiken zu sehen, die Unternehmen einer Branche oder Region gleichermaßen treffen, unabhängig davon ob geschäftliche Beziehungen untereinander bestehen. Das gleichzeitige Auftreten beider aufgeführten Risikoarten für eine Gruppe verbundener Kreditnehmer ist im Rah-

¹⁵²Vgl. BaFin (2011), S.2.

¹⁵³Vgl. hierzu die aufgeführte Literatur in Kapitel 3.1.

¹⁵⁴Vgl. hierzu CEBS (2009), S.12, und BaFin (2011), S.3.

¹⁵⁵Vgl. bspw. Chakrabarty/Zhang (2012), Lee/Poon (2014a) und Müller (2006).

men einer Risikoquantifizierung grundsätzlich denkbar. So erscheinen für ein Industrieunternehmen und dessen Zulieferer sowohl wirtschaftliche Abhängigkeiten aufgrund der direkten Geschäftsbeziehungen als auch der konjunkturelle Zustand der Branche, in der die Unternehmen gemeinsam tätig sind, als relevant.

Eine eindeutige Abgrenzung zwischen Adressenkonzentrationen und Konzentrationen in wirtschaftlich abhängige Unternehmen kann ebenfalls getroffen werden, auch wenn die Wirkungsweise die gleiche ist und jeweils zu einem Anstieg unsystematischer Risiken führt. Die erst genannte Form der Konzentration tritt nur für Einzelkredite auf, wohingegen die zweite Form per definitionem nur für Gruppen resultieren kann. Grundsätzlich ist aber als vereinfachender Ansatz zur Quantifizierung von Kreditrisiken denkbar, dass Kredite von verbundenen Unternehmen als nur ein Kredit aufgefasst werden und somit in diesem Fall Gruppen von verbundenen Unternehmen zu einem Anstieg der Adressenkonzentration innerhalb eines Portfolios führen. Dieses Vorgehensweise entspricht der aufsichtsrechtlich vorgegeben Behandlung, erscheint aber offenkundig als äußerst konservativ, da hierdurch unmittelbar impliziert wird, dass im Rahmen der Risikoquantifizierung entweder alle oder kein Kreditnehmer einer Gruppe ausfallen. Eine feinere Differenzierung, wie der Ausfall nur eines Teils der Gruppe, ist hierbei nicht möglich, da annahmegemäß der Ausfall nur eines Kreditnehmers bereits zum Ausfall der Gesamtgruppe führt.

Damit eine sachgerechte Berücksichtigung der in Rede stehenden Form von Konzentrationsrisiken erfolgen kann, stellt sich grundsätzlich die Frage, aus welchen wirtschaftlichen Verflechtungen oder sonstigen Beziehungen zwischen Kreditnehmern wirtschaftliche Abhängigkeiten resultieren. Beispielhaft lassen sich hierzu unterschiedliche Konstellationen aufführen:¹⁵⁶

- Infolge einer Stellung einer Garantie/Bürgschaft bzw. Haftung für ein andere(s) Unternehmen droht bei Inanspruchnahme die Insolvenz des Garantiegebers/Bürgens bzw. des haftenden Unternehmens.
- Ein oder mehrere Unternehmen, deren Produkte hauptsächlich vor nur einem Kunden gekauft werden, droht der Ausfall bei Wegfall des (Haupt-)Kunden. Die Abhängigkeit ist umso größer, je spezieller das Produkt auf den Käufer abgestimmt bzw. individualisiert ist.
- Die Forderungen eines oder mehrerer Unternehmen bestehen fast ausschließlich gegenüber nur einem Geschäftspartner.
- Unternehmen besitzen dieselben Finanzierungsquellen, was insbesondere für Finanzinstitute relevant sein kann.

¹⁵⁶Vgl. bspw. Giesecke/Weber (2006), CEBS (2009), BaFin (2011) und Bonne/Ivanov (2012).

- Unternehmen besitzen dieselbe Kundenbasis, die aus sehr wenigen Kunden besteht und sich nur schwer ausweiten lässt.
- Unternehmen bilden eine strategische Allianz.¹⁵⁷
- Immobilienbesitzer, die den Großteil ihres Bestands an nur einen Mieter vermietet haben.
- Im Privatkundengeschäft kann eine wirtschaftliche Abhängigkeit zwischen Schuldner und Mietschuldner, zwischen Schuldner und Ehepartner, sowie zwischen Schuldner und Garantiegeber unterstellt werden.

Anhand der aufgeführten Beispiele zeigt sich, dass tendenziell einseitige Abhängigkeiten als der für die Praxis relevante Fall erachtet werden müssen. Wie jedoch auch bereits seitens der BaFin festgehalten, lassen sich nicht pauschal alle potentiellen Konstellationen, die zu einer wirtschaftlichen Abhängigkeit zwischen Kreditnehmern führen, auflisten.

Das Auftreten möglicher Ansteckungseffekte ist grundsätzlich innerhalb jedes beliebigen Kreditportfolios denkbar, völlig unabhängig vom gewählten Geschäftsmodell eines Finanzinstituts. Es soll jedoch an dieser Stelle auf die Sonderstellung des Interbanken-Marktes hingewiesen werden. Aufgrund bestehender enger, globaler Verflechtungen zwischen Finanzinstituten erweist sich speziell das Banken-Segment als äußerst anfällig gegenüber möglichen Ansteckungseffekten als Folge der Insolvenz einzelner Finanzinstitute.¹⁵⁸ So wurde bereits vor über 20 Jahren in Goodhart/Schoenmaker (1992) anschaulich verdeutlicht, dass im letzten Jahrhundert das vordergründige Bestreben von nationalen Aufsichtsinstanzen aller Industrienationen darin bestand, Insolvenzen großer Banken zu verhindern, um eine mögliche Ansteckungsgefahr für den gesamten (nationalen) Bankenmarkt zu minimieren. Basierend auf einem Datensatz von ca. 100 Bankenausfälle zeigen die Autoren, dass mehr als zwei Drittel der betroffenen Banken mittels eines sogenannten Bail-Outs¹⁵⁹ gerettet werden konnten. Erschwerend kommt mittlerweile hinzu, dass laut der jüngsten Schätzung des Finanzstabilitätsrates (engl. Financial Stability Board, FSB)¹⁶⁰ die Anzahl der als global systemrelevant eingestufte Finanzinstitute bei 30 liegt.¹⁶¹ Aufgrund der Dominanz des weltweiten Interbanken-Marktes durch eine nur sehr geringe Anzahl an relevanten Instituten führt dieser Umstand unmittelbar zu einer Verstärkung der An-

¹⁵⁷Wie in Bonne/Ivanov (2012) gezeigt, lässt sich hingegen für Joint-Ventures von Unternehmen, die die Gründung einer in der Regel rechtlich selbstständigen Gesellschaft erfordern, kein vergleichbarer Ansteckungseffekt nachweisen.

¹⁵⁸Vgl. bspw. Ivver/Peydro (2010) und Upper (2011).

¹⁵⁹Ein Bail-Out beschreibt in diesem Zusammenhang die Schuldenübernahme eines ausfallbedrohten Finanzinstitutes durch eine dritte Partei.

¹⁶⁰Der FSB stellt eine unabhängig agierende Organisation zur Überwachung der weltweiten Finanzstabilität dar.

¹⁶¹Vgl. FSB (2014).

fälligkeit des globalen Interbanken-Marktes gegenüber Ansteckungseffekten, wie später folgende Analysen verdeutlichen werden. Die eigentliche Gefahr besteht hierbei weniger in dem Auftreten einer möglichen (globalen) Finanzkrise, sondern darin, dass infolge einer Finanzkrise auch die Realwirtschaft beeinträchtigt wird und schlimmstenfalls, wie in der jüngeren Vergangenheit eindrucksvoll zu beobachten war, zu einer globalen Wirtschaftskrise führt.¹⁶² Die hohe Relevanz der skizzierten Sonderstellung spiegelt sich auch in den aufsichtsrechtlichen Entwicklungen wieder. So wird seitens der europäischen Bankenaufsicht mittlerweile ebenfalls innerhalb Europas unterschieden zwischen systemrelevanten und -unrelevanten Instituten, wobei alle in der ersten Gruppe eingestuften Institute seit 2014 unmittelbar der direkten Aufsicht der EZB unterliegen. Systemrelevant kann in diesem Kontext synonym als „hohe, länderübergreifende Verbundenheit“ verstanden werden. Die hierbei zu berücksichtigenden Aspekte und speziellen Regelungen, den Interbankenmarkt betreffend, liegen jedoch außerhalb des Fokus der vorliegenden Arbeit und werden nicht weiter im Detail thematisiert.

Basierend auf der in diesem Kapitel getroffenen Definition der wirtschaftlichen Abhängigkeit werden die im Weiteren genutzten Kreditrisikomodelle erweitert, um eine sachgerechte Berücksichtigung der diskutierten Risiken zu ermöglichen. Für eine Vielzahl an Portfolios werden mittels der abgeleiteten Modelle die Auswirkungen von Ansteckungseffekten bei Vorhandensein von wirtschaftlich abhängigen Unternehmen gemessen und das Ausmaß möglicher Risikoveränderungen gegenüber den Mindestkapitalanforderungen analysiert.

3.5.2 Kreditrisikomessung unter Berücksichtigung verbundener Kreditnehmer

3.5.2.1 Modellanpassungen

Um bei Nutzung von Faktor-Modellen die Berücksichtigung von wirtschaftlichen Abhängigkeiten, die definitionsgemäß ausschließlich einen Einfluss auf das unsystematische Risiko besitzen, zu ermöglichen, werden unterschiedliche Anpassungsmöglichkeiten vorgestellt, die darüber hinaus auch weiterhin eine Vergleichbarkeit zum Basel-Modell erlauben.¹⁶³ Auf diese Weise lassen sich die Auswirkungen bei bestehenden Konzentrationen von wirtschaftlich abhängigen Unternehmen, analog zu Sektor- und Adressenkonzentration, messen und unmittelbar der hieraus zusätzlich resultierende Kapitalbedarf gegenüber

¹⁶²Einen empirischen Nachweis für die Ausweitung der Finanzkrise auf die Realwirtschaft in Form von Ansteckungseffekten ist in Baur (2012) zu finden.

¹⁶³Die folgenden Modellerweiterungen stellen dabei grundsätzlich Eigenentwicklungen dar. Vergleichbare Modelle lassen sich jedoch auch in der Literatur finden, worauf noch näher eingegangen wird.

der aufsichtsrechtlich geforderten Mindestkapitalausstattung berechnen.

Durch die vorweg beschriebene Wirkungsweise von wirtschaftlicher Abhängigkeit lassen sich notwendige Erweiterungen innerhalb der bisher verwendeten Faktor-Modelle unmittelbar ableiten. In Abgrenzung zu Abhängigkeiten von Unternehmen infolge derselben Branchen- oder Länderzugehörigkeit resultieren die nun im Fokus stehenden Abhängigkeiten ausschließlich aus direkten Geschäftsbeziehungen. Statt Korrelationen mittels systematischer Faktoren kann dieser Effekt nur durch Korrelation der unsystematischen Faktoren aller verbundenen Unternehmen generiert werden. Die ursprüngliche Annahme der Unabhängigkeit aller unsystematischen Faktoren eines Faktor-Modells muss folglich aufgegeben werden, sodass hieraus folgend die bedingte Unabhängigkeit der modellierten Unternehmensrenditen verloren geht. Der Verlust dieser Eigenschaft deckt sich dabei mit den empirischen Ergebnissen der bereits vorweg aufgeführten Arbeit von Das et al. (2007), die eine Verletzung dieser Eigenschaft infolge von Ansteckungseffekten nachweisen. In Anlehnung an die Darstellung der systematischen Faktoren als Linearkombination von unabhängigen standardnormalverteilten Zufallsvariablen¹⁶⁴ werden daher die unsystematischen Faktoren ebenfalls als Summe von Zufallsvariablen modelliert. Hierzu wird für wirtschaftlich verbundene Unternehmen der unsystematische Faktor zerlegt in einen Faktor mittels dessen die in Rede stehende Abhängigkeit modelliert wird sowie in einen je Unternehmen unabhängigen Faktor, der das weiterhin existierende unternehmensspezifische Risiko abbildet. Ähnliche Vorgehensweisen zur Modellierung des unsystematischen Risikos lassen sich in Oh (2007) und Bonollo et al. (2009) finden. Eine Weiterentwicklung der letztgenannten Veröffentlichung stellt Castagna et al. (2009) dar, die eine Berücksichtigung stochastischer LGDs erlaubt. Die eigentliche Darstellung der Abhängigkeiten verbundener Unternehmen bleibt hierbei jedoch unverändert. Einen allgemeiner gehaltenen Modellierungsansatz liefern Egloff et al. (2007), bei dem sowohl mittels systematischer als auch unsystematischer Faktoren mögliche Ansteckungseffekte risikoe erhöhend berücksichtigt werden. Diese Vorgehensweise deckt sich jedoch nicht mit der vorab bereits diskutierten aufsichtsrechtlichen Sichtweise, dass aus wirtschaftlicher Abhängigkeit ausschließlich unsystematische Risiken resultieren. Somit lässt das Modell auch keine eindeutige Trennung zwischen den unterschiedlichen Arten von Konzentrationsrisiken zu. Grundsätzlich ist es jedoch möglich, alle der zuvor aufgeführten Modellansätze sowie die in dieser Arbeit genutzten Ansätze als Spezialfall des Modells von Egloff et al. (2007) abzubilden, da alle auf einem klassischen Faktor-Modell basieren und sich nur bzgl. der Darstellung der Abhängigkeitsstruktur unterscheiden.

Ausgangspunkt für die im Weiteren verwendeten Modellierungsansätze stellen die in Abbildung 3.6 gezeigten Abhängigkeitskonstellationen dar. Für beidseitige Abhängigkeit

¹⁶⁴Vgl. hierzu Formel (2.17).

soll gelten, dass jedes Unternehmen Einfluss auf die restlichen Unternehmen innerhalb einer Gruppe von verbundenen Unternehmen besitzt, wohingegen bei einseitiger Abhängigkeit nur von einem Unternehmen ein beherrschender Einfluss ausgehen soll und ein Ausfall dieses Unternehmens Ausfälle der übrigen Unternehmen verursachen kann. Um

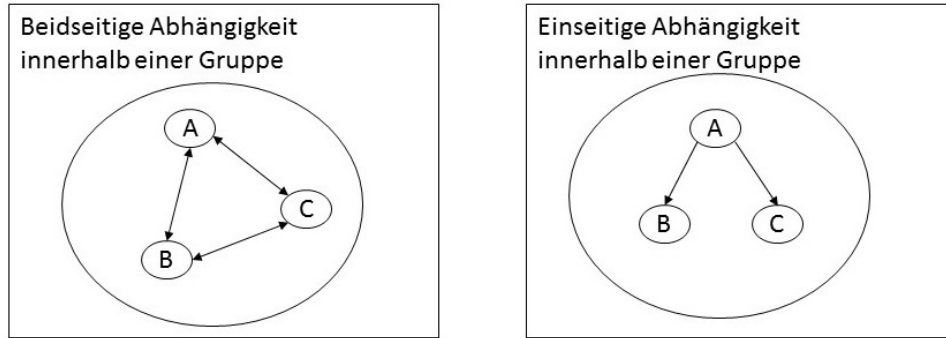


Abbildung 3.6: Konstellationen von wirtschaftlicher Abhängigkeit innerhalb von Gruppen.

zwischen ein- und beidseitiger Abhängigkeit innerhalb eines Faktor-Modells unterscheiden zu können, wird unterstellt, dass für den ersten Fall der unsystematische Faktor des Unternehmens mit beherrschendem Einfluss ebenfalls als Risikotreiber der verbundenen Unternehmen herangezogen wird, wobei die genaue Einflusshöhe durch den Grad der Abhängigkeit bestimmt wird. Für beidseitige Abhängigkeit wird stattdessen ein zusätzlicher Faktor genutzt, der gleichermaßen auf alle Unternehmen innerhalb einer verbundenen Gruppe wirkt. Auf Basis der beschriebenen Vorgehensweisen lässt sich die simulierte Rendite bei vorliegender einseitiger Abhängigkeit für alle beherrschten Unternehmen einer verbundenen Gruppe g schreiben als

$$r_i^g = \sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sqrt{\beta_i} \cdot \epsilon_B^g + \sqrt{1 - \rho_i - \beta_i} \cdot \epsilon_i. \quad (3.27)$$

Hierbei ist β_i der Gewichtungsfaktor, der den Grad der (einseitigen) Abhängigkeit beschreibt und für den gelten muss $\beta_i \leq 1 - \rho_i$. Die Zufallsvariable ϵ_B^g stellt den unsystematischen Faktor des beherrschenden Unternehmens B dar, mittels dessen die einseitige Abhängigkeit abgebildet wird. Da für das beherrschende Unternehmen einer verbundenen Gruppe g keine weiteren direkten Abhängigkeiten unterstellt werden, ergibt sich dessen Rendite in der gewohnte Schreibweise als gewichtete Summe des systematischen und des unsystematischen Faktors

$$r_B^g = \sqrt{\rho_B} \cdot X_B + \sqrt{1 - \rho_B} \cdot \epsilon_B^g. \quad (3.28)$$

Für Unternehmen, die in keiner wirtschaftlichen Abhängigkeit zu anderen Unternehmen

stehen, ergibt sich die Rendite ebenfalls nach bekanntem Vorgehen

$$r_i = \sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i. \quad (3.29)$$

Für den gegebenen Modellierungsansatz lassen sich die möglichen Korrelationen zwischen den Kreditnehmern eines Portfolios berechnen. So ergibt sich die Korrelation zwischen dem beherrschenden Unternehmen B und allen hiervon abhängigen Unternehmen einer verbundenen Gruppe g zu

$$\begin{aligned} \text{Corr}(r_i^g, r_B^g) &= \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_B} \cdot \text{Corr}(X_i, X_B) + \sqrt{\beta_i} \cdot \sqrt{1 - \rho_B} \cdot \text{Corr}(\epsilon_B^g, \epsilon_B^g) \\ &= \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_B} \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot \alpha_{B,k} + \sqrt{1 - \rho_B} \cdot \sqrt{\beta_i}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Für zwei jeweils von Unternehmen B abhängige Unternehmen einer Gruppe berechnet sich die Korrelation zu

$$\begin{aligned} \text{Corr}(r_i^g, r_j^g) &= \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_j} \cdot \text{Corr}(X_i, X_j) + \sqrt{\beta_i} \cdot \sqrt{\beta_j} \cdot \text{Corr}(\epsilon_B^g, \epsilon_B^g) \\ &= \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_j} \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot \alpha_{j,k} + \sqrt{\beta_i} \cdot \sqrt{\beta_j}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Für alle sonstigen im Portfolio möglichen Konstellationen, für die jeweils keine direkten wirtschaftlichen Abhängigkeiten bestehen, beträgt die Korrelation¹⁶⁵

$$\text{Corr}(r_i, r_j) = \text{Corr}(r_i, r_j^g) = \text{Corr}(r_i^g, r_j^g) = \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_j} \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot \alpha_{j,k}. \quad (3.32)$$

Durch Vergleich der resultierenden Korrelationen aller möglichen Kreditnehmer-Paare wird ersichtlich, dass durch den gewählten Modellansatz die Korrelation zwischen Kreditnehmer einer verbundenen Gruppe gegenüber anderen, nicht dieser Gruppe zugeordneten Kreditnehmern, größer ausfällt. Als Voraussetzung muss hierbei jedoch gelten, dass die verbundenen Kreditnehmer demselben Sektor zugeordnet sind. Gilt dies nicht, d.h. die Inter-Korrelation ist kleiner eins, kann solch eine Aussage nicht pauschal getroffen werden, sondern hängt zusätzlich auch von der Höhe der Inter-Korrelation ab. Mit steigendem β steigt auch unmittelbar die Korrelation zwischen Kreditnehmern innerhalb einer Gruppe, was gleichbedeutend mit einer erhöhten gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeit ist. Insbesondere kommt zusätzlich die einseitige Abhängigkeit in der Form zum Tragen, dass für den Großteil an möglichen Inputparametern die Korrelation zwischen r_i^g und r_B^g höher ausfällt als zwischen zwei beliebigen Unternehmen einer Gruppe, da definitionsgemäß

¹⁶⁵Die Formel entspricht der Korrelation gemäß (2.21), da für die betrachteten Konstellationen die Abhängigkeiten zwischen beiden Kreditnehmern vollständig mittels der systematischen Faktoren beschrieben werden.

$\beta_i \leq 1 - \rho_i$. Nur in Fällen, in denen $PD_B < PD_i$ und somit $\rho_B > \rho_i$ sowie maximale wirtschaftliche Abhängigkeit vorliegt, d.h. $\beta_i = 1 - \rho_i$, kann die Korrelation $Corr(r_i^g, r_j^g)$ höher als $Corr(r_i^g, r_B^g)$ sein.¹⁶⁶

Der Modellierungsansatz für beidseitige wirtschaftliche Abhängigkeit wurde vorweg bereits kurz skizziert. Zur Darstellung der Abhängigkeit innerhalb einer Gruppe verbundener Unternehmen wird ein zusätzlicher unsystematischer Faktor verwendet, sodass sich in diesem Fall die Rendite für ein verbundenes Unternehmen schreiben lässt als¹⁶⁷

$$r_i^g = \sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sqrt{\beta_i} \cdot \epsilon^g + \sqrt{1 - \rho_i - \beta_i} \cdot \epsilon_i \quad (3.33)$$

Hierbei ist β_i wiederum der Gewichtungsfaktor, der den Grad der Abhängigkeit darstellt und für den gelten muss $\beta_i \leq 1 - \rho_i$. Weiter beschreibt ϵ^g den zusätzlichen Faktor, der die Abhängigkeit innerhalb der Gruppe g abbildet. Für Unternehmen, die keiner Gruppe zugeordnet werden, berechnet sich die Rendite analog (3.28). Die für diesen Ansatz resultierenden Korrelationen zwischen Unternehmen einer Gruppe berechnen sich gemäß (3.31) zu

$$Corr(r_i^g, r_j^g) = \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_j} \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot \alpha_{j,k} + \sqrt{\beta_i} \cdot \sqrt{\beta_j}. \quad (3.34)$$

Für alle restlichen Kreditnehmer-Paare resultiert wiederum die folgende Korrelation

$$Corr(r_i^g, r_j^h) = Corr(r_i^g, r_j) = Corr(r_i, r_j) = \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\rho_j} \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot \alpha_{j,k}. \quad (3.35)$$

Analog zur einseitigen gilt auch für die beidseitige Abhängigkeit, dass die Korrelation innerhalb einer verbundenen Gruppe größer ist als für die sonstigen möglichen Kreditnehmer-Paare. Mit steigender wirtschaftlicher Abhängigkeit innerhalb einer Gruppe, d.h. mit steigendem β , nimmt ebenfalls die Korrelation zwischen r_i^g und r_j^g zu. Im Falle maximaler Abhängigkeit, d.h. $\beta = 1 - \rho_i$, entsprechen sich die beiden vorgestellten Modellierungsansätze der ein- und beidseitigen Abhängigkeit.

An diese Stelle sei darauf hingewiesen, dass trotz der vorgestellten Erweiterung des Faktor-Modells und der hiermit einhergehenden Aufgabe von unabhängigen unsystematischen Faktoren, weiterhin die Grundannahme einer standardnormalverteilten Unternehmensrendite gegeben ist und somit ebenfalls die wesentlichen Eigenschaften von Faktor-

¹⁶⁶Auch für diese Aussage wird zusätzlich unterstellt, dass die Kreditnehmer einer Gruppe derselben Branchen zugeordnet werden. Andernfalls muss deren Inter-Korrelation berücksichtigt werden.

¹⁶⁷Die Formel entspricht grundsätzlich (3.27). Jedoch wird statt des unsystematischen Faktors ϵ_B^g des beherrschenden Unternehmens ein zusätzlicher Faktor ϵ^g eingeführt, um die beidseitige Abhängigkeit innerhalb der gesamten Gruppe g zu modellieren.

Modellen, die in Kapitel 2 vorgestellt wurden, Gültigkeit besitzen. Eine Vergleichbarkeit der bei Verwendung dieses Ansatzes resultierenden Ergebnisse mit den aufsichtsrechtlichen Mindestkapitalanforderungen ist daher ohne weiteres möglich und lässt dabei auch unmittelbar Rückschlüsse hinsichtlich des zusätzlich auftretenden Risikos infolge von Konzentrationen in wirtschaftlich abhängige Unternehmen zu.

Grundsätzlich besteht die Möglichkeit, mittels des vorgestellten Ansatzes noch deutlich komplexere Abhängigkeitsstrukturen darzustellen. Wie in der Abbildung 3.7 beispielhaft dargestellt, sind auch gruppenübergreifende Abhängigkeiten zwischen verschiedenen Unternehmen denkbar. Für eine sachgerechte Darstellung solcher Konstellationen erscheint es

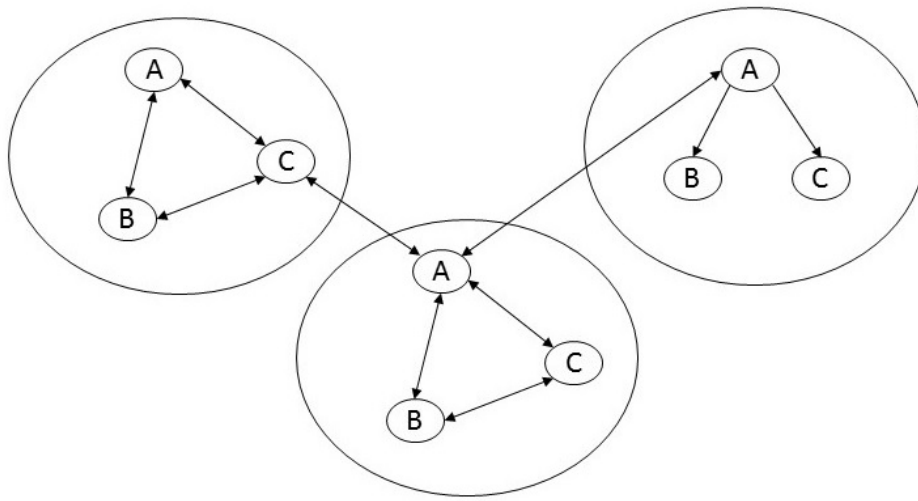


Abbildung 3.7: Beispiel einer komplexeren Abhängigkeitsstruktur bei gruppenübergreifenden Abhängigkeiten

daher nur plausibel, direkte Abhängigkeiten zwischen einzelnen Unternehmen bzw. innerhalb von Gruppen verbundener Unternehmen jeweils mithilfe eines individuellen Faktors ϵ^j zu modellieren, sodass die Unternehmensrendite eines Kreditnehmers sich in allgemeiner Schreibweise ergibt

$$r_i = \sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sum_{j=1}^G \sqrt{\beta_{i,j}} \cdot \epsilon^j + \sqrt{1 - \rho_i - \sum_{j=1}^G \beta_{i,j}} \cdot \epsilon_i, \quad (3.36)$$

mit G = Anzahl der Gruppen verbundener Unternehmen.

Theoretisch ist es somit möglich, die Abhängigkeitsstruktur beliebig komplex zu gestalten und je Kreditnehmer eine individuelle Geschäftsverflechtung abzubilden. Die eigentliche Schwierigkeit besteht jedoch, wie vorweg bereits angesprochen, in der Bestimmung

der hierfür notwendigen Inputparameter. Um daher grundlegende Aussagen hinsichtlich der Risikoentwicklung bei Auftreten der in Rede stehenden Konzentrationsart treffen zu können, wird für die folgenden Simulationen davon abgesehen, eine Herleitung der Abhängigkeitsstruktur in Anlehnung an real existierenden Portfolios durchzuführen. Vielmehr erfolgt für eine Vielzahl an variierenden Portfoliokonstellationen eine Risikomessung, die eine Abschätzung hinsichtlich der Größenordnung sowie der möglichen Bandbreite an Risikoveränderungen ermöglichen soll. Bevor jedoch hierauf im nächsten Kapitel im Detail eingegangen wird, erfolgt vorweg eine Beschreibung, wie die Risikoberechnung bei Berücksichtigung von wirtschaftlicher Abhängigkeit durchgeführt werden kann.

Bei Verwendung der beiden vorgestellten Modellansätze bestehen grundsätzlich zwei Möglichkeiten, um das resultierende Risiko eines Portfolios zu ermitteln. Zum einen lassen sich mittels Monte-Carlo-Simulationen gemäß der bekannten Vorgehensweise die Berechnungen durchführen. Alternativ kann aber ebenfalls das in Kapitel 3.4.3 vorgestellte Modell von Pykhtin verwendet werden. In den bereits aufgeführten Arbeiten von Oh (2007) und Bonollo et al. (2009) wird ebenfalls mittels des in Rede stehenden Modells ein analytischer Lösungsansatz hergeleitet. Jedoch erscheint das hier präsentierte Vorgehen im Vergleich deutlich praktikabler, da statt einer Anpassung des Berechnungsansatzes ausschließlich eine Adjustierung der verwendeten Inputparameter erfolgt. Diese Vorgehensweise erlaubt somit eine unveränderte Nutzung der Multi-Faktor-Anpassung. Auch wenn diese ursprünglich zum Messen von Kreditrisiken unter Berücksichtigung möglicher Sektorkonzentrationen konzipiert wurde, können hiermit ebenfalls die Auswirkungen bei Vorhandensein von wirtschaftlich verbundenen Unternehmen gemessen werden. Hierzu ist erforderlich, die Formeln (3.27), (3.28) und (3.33), die jeweils die Rendite bei ein- bzw. beidseitiger Abhängigkeit beschreiben, umzuformen, sodass alle systematischen als auch unsystematischen Faktoren, die Abhängigkeiten zwischen verbundenen Gruppen beschreiben, als Linearkombination zusammengefasst werden. Für die hierbei zu verwendenden Faktorgewichte $\hat{\alpha}$ muss ferner gelten: $\sum_k^{G+1} \hat{\alpha}_{i,k}^2 = 1$. Mit diesen Vorgaben lässt sich nun bei beidseitiger Abhängigkeit die Rendite eines Kreditnehmers schreiben als

$$\begin{aligned}
 r_i^g &= \sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sqrt{\beta_i} \cdot \epsilon^g + \sqrt{1 - \rho_i - \beta_i} \cdot \epsilon_i \\
 &= \underbrace{\sqrt{\rho_i + \beta_i}}_{=\hat{\rho}_i} \cdot \left(\underbrace{\frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{\rho_i + \beta_i}}}_{=\hat{\alpha}_{i,1}} \cdot X_i + \underbrace{\frac{\sqrt{\beta_i}}{\sqrt{\rho_i + \beta_i}}}_{=\hat{\alpha}_{i,2}} \epsilon^g \right) + \sqrt{1 - \rho_i - \beta_i} \cdot \epsilon_i \\
 &= \underbrace{\sqrt{\rho_i + \beta_i}}_{=\hat{\rho}_i} \cdot \left(\underbrace{\frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{\rho_i + \beta_i}}}_{=\hat{\alpha}_{i,1}} \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot Z_k + \underbrace{\frac{\sqrt{\beta_i}}{\sqrt{\rho_i + \beta_i}}}_{=\hat{\alpha}_{i,2}} \epsilon^g \right) + \sqrt{1 - \rho_i - \beta_i} \cdot \epsilon_i.
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

Durch Zusammenfassung der systematischen und unsystematischen Faktoren innerhalb der Klammer entspricht dieser Term dem systematischen Faktor, wie er im Pykhtin-Modell als Inputparameter eingeht. Zusätzlich garantiert die Wahl der Faktorgewichte $\hat{\alpha}_{i,*}$, dass die Summe der quadrierten Gewichte genau eins ergibt. $\hat{\rho}_i$ beschreibt den im Pykhtin-Modell zu verwendenden Intra-Korrelations-Parameter. Weitere Anpassungen sind für die Anwendung des Modells nicht zu berücksichtigen. Ähnlich kann bei Vorliegen von einseitiger Abhängigkeit vorgegangen werden. Jedoch ist hierbei zwischen den beherrschten und dem beherrschenden Unternehmen zu unterscheiden. Für die erstgenannten ergibt sich nach demselben Vorgehen die umgeformte Rendite zu

$$\begin{aligned} r_i^g &= \sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sqrt{\beta_i} \cdot \epsilon_B^g + \sqrt{1 - \rho_i - \beta_i} \cdot \epsilon_i \\ &= \underbrace{\sqrt{\rho_i + \beta_i}}_{=\hat{\rho}_i} \cdot \left(\underbrace{\frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{\rho_i + \beta_i}}}_{=\hat{\alpha}_{i,1}} \cdot X_i + \underbrace{\frac{\sqrt{\beta_i}}{\sqrt{\rho_i + \beta_i}}}_{=\hat{\alpha}_{i,2}} \epsilon_B^g \right) + \sqrt{1 - \rho_i - \beta_i} \cdot \epsilon_i. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Für das beherrschende Unternehmen ist hingegen keine Umformung der Rendite notwendig, d.h. es gilt weiter

$$r_B^g = \underbrace{\sqrt{\rho_B}}_{=\hat{\alpha}_{i,1}} \cdot X_B + \underbrace{\sqrt{1 - \rho_B}}_{=\hat{\alpha}_{i,2}} \cdot \epsilon_B^g. \quad (3.39)$$

Jedoch wird hierbei die komplette rechte Seite als Linearkombination systematischer Faktoren aufgefasst, da alle Faktoren Einfluss auf die Rendite anderer Unternehmen besitzen. $\hat{\rho}_i$ ist dementsprechend genau eins.

Anhand des abschließenden Rechenbeispiels soll verdeutlicht werden, wie die systematischen Faktoren, auf deren Grundlage das Pykhtin-Modell angewandt wird, in vektorieller Schreibweise somit gebildet werden können. In der Gleichung ist hierzu deren Berechnungsansatz für die möglichen resultierenden Abhängigkeitsbeziehungen aufgeführt. Die einzelnen systematischen Faktoren X_1 bis X_4 ergeben sich hierbei als Produkt des Vektors aller unabhängiger Faktoren sowie der jeweiligen Spalte der Matrix aller Faktorgewichte.

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ \vdots \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \epsilon_B^g \\ \epsilon^h \\ \vdots \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & \sqrt{\rho_B} \cdot \alpha_{1,2} & \frac{\sqrt{\rho_j}}{\sqrt{\rho_j + \beta_j}} \cdot \alpha_{1,3} & \frac{\sqrt{\rho_k}}{\sqrt{\rho_k + \beta_k}} \cdot \alpha_{1,4} & \cdots \\ \alpha_{2,1} & \sqrt{\rho_B} \cdot \alpha_{2,2} & \frac{\sqrt{\rho_j}}{\sqrt{\rho_j + \beta_j}} \cdot \alpha_{2,3} & \frac{\sqrt{\rho_k}}{\sqrt{\rho_k + \beta_k}} \cdot \alpha_{2,4} & \cdots \\ \alpha_{3,1} & \sqrt{\rho_B} \cdot \alpha_{3,2} & \frac{\sqrt{\rho_j}}{\sqrt{\rho_j + \beta_j}} \cdot \alpha_{3,3} & \frac{\sqrt{\rho_k}}{\sqrt{\rho_k + \beta_k}} \cdot \alpha_{3,4} & \cdots \\ 0 & \sqrt{1 - \rho_B} & \frac{\sqrt{\beta_j}}{\sqrt{\rho_j + \beta_j}} & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{\beta_k}}{\sqrt{\rho_k + \beta_k}} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

Im Beispiel wird unterstellt, dass sich die ursprünglich gebildeten systematischen Faktoren als Linearkombination aus drei Faktoren Z_1 bis Z_3 ergeben. Die Gewichte jeder Spalte der Matrix beschreiben hierbei eine der möglichen Abhängigkeitsbeziehungen, die für einen Kreditnehmer resultieren kann. Konkret gilt

- Spalte 1 der Matrix beschreibt die Gewichte eines Unternehmens, für das keine wirtschaftliche Abhängigkeit besteht. Somit ergibt sich der hierfür resultierende Faktor X_1 auch nur aus den ursprünglich gewählten Faktoren.
- Spalte 2 beschreibt die resultierenden Gewichte eines Unternehmens, das beherrschenden Einfluss auf andere besitzt.
- Spalte 3 beschreibt die Gewichte eines Unternehmens, das von einem anderen Unternehmen wirtschaftlich abhängig ist.
- Spalte 4 beschreibt hingegen die Faktorgewichte, bei existierender beidseitiger Abhängigkeit innerhalb einer Gruppe von verbundenen Unternehmen.

3.5.2.2 Simulation zur Messung von Ansteckungseffekten

Zur Bestimmung der Auswirkungen bei bestehender wirtschaftlicher Abhängigkeit wird für eine Vielzahl an Portfolios das resultierende Kreditrisiko gemessen, um die folgenden grundlegenden Fragen beantworten zu können

- Ab welcher Gruppengröße und Gruppenanzahl ist der Einfluss von verbundenen Unternehmen innerhalb eines Portfolios relevant und zu berücksichtigen?
- Erweist sich die pauschale Berücksichtigung einer Gruppe verbundener Unternehmen als eine gemeinsame Risikoposition gemäß den aufsichtsrechtlichen Anforderungen als zu konservativ oder sind die hieraus resultierenden Risiken vor dem Hintergrund möglicher Schätzunsicherheiten der tatsächlichen Abhängigkeitsstrukturen als angemessen zu beurteilen?

Um im Rahmen der Simulationsstudie eine Vermischung der unterschiedlichen Konzentrationsrisiken zu vermeiden, erfolgt die Messung mithilfe eines Ein-Faktor-Modells. Ein Einfluss aufgrund von Sektorkonzentration kann auf diese Weise vorab ausgeschlossen werden. Zusätzlich werden nur Portfolios verwendet, für die eine unendliche Granularität unterstellt werden kann, um ebenfalls Adressenkonzentration vermeiden zu können. Jegliche Veränderungen bzgl. der Abhängigkeitsstruktur und damit einhergehende Risikoveränderungen lassen sich unter diesen Voraussetzungen eindeutig auf veränderte wirtschaftliche Abhängigkeiten innerhalb des betrachteten Portfolios zurückführen. Für eine

systematische Analyse der Risikoentwicklung werden für verschiedene Portfolios sukzessiv sowohl die Größe der im Portfolio enthalten Gruppen an verbundenen Unternehmen sowie die Gruppenanzahl erhöht, um auf diese Weise die Korrelation zwischen Kreditnehmern aufgrund der zunehmenden direkten Abhängigkeit ansteigen zu lassen. Ferner wird der Parameter β_i , als Maß der wirtschaftlichen Abhängigkeit innerhalb verbundener Gruppen, ebenfalls als variierender Parameter gewählt. Vereinfachend werden hierbei nur drei Ausprägungen verwendet, sodass genau drei unterschiedliche Grade an Abhängigkeiten unterstellt werden

- Schwache Abhängigkeit, mit $\beta_i=0,25$,
- Mittlere Abhängigkeit, mit $\beta_i=0,50$,
- Maximale Abhängigkeit, mit $\beta_i=1 - \rho_i$.

Bei maximaler Abhängigkeit ergibt sich somit die Rendite verbundener Unternehmen vollständig auf Basis derselben Faktoren, sodass für homogene PDs die Gruppe als eine Risikoposition aufgefasst werden kann. Für die beiden anderen Ausprägungen gilt, dass verbundene Unternehmen eine höhere Ausfallkorrelation als nicht verbundene Unternehmen besitzen. Jedoch folgt nicht zwangsläufig aus dem Ausfall eines Unternehmens der Ausfall aller restlichen Unternehmen einer verbundenen Gruppe. Wie die folgenden Analysen verdeutlichen werden, erlaubt diese vereinfachte Parameterwahl grundlegende Aussagen hinsichtlich der Risikoveränderung bei systematischer Zunahme der im betrachteten Portfolio auftretenden Abhängigkeiten, sodass hiermit die vorweg formulierten Fragen beantwortet werden können. Auf eine feinere Abstufung bzgl. der Abhängigkeiten konnte daher verzichtet werden. Bevor nun die Beschreibung der durchgeführten Simulationen fortgesetzt wird, soll zunächst noch näher auf die Möglichkeit der empirischen Bestimmung des Parameters β anhand von verfügbaren Marktdaten eingegangen werden. Wie vorab in der Einführung des Kapitels bereits skizziert, wird eine sachgerechte Ermittlung als sehr schwierig eingestuft. So wird für die bereits aufgeführten Modelle zur Messung von Ansteckungsrisiken entweder gänzlich auf eine empirische Herleitung der notwendigen Parameter verzichtet oder es werden nicht begründbare Annahmen bei der Darstellung der Abhängigkeitsstrukturen getroffen.¹⁶⁸ Diese Erkenntnis deckt sich mit Acemoglu et al. (2015), die ebenfalls in ihrem abschließenden Fazit festhalten, dass die empirische Ermittlung von Abhängigkeitsstrukturen einen noch offenen Punkt in der Forschung darstellt. Vor diesem Hintergrund ist es für Banken umso wichtiger für jeden (Groß-)Kunden ein möglichst umfassendes Geschäftsprofil zu erstellen, damit die jeweils bestehenden Geschäftsbeziehungen identifiziert werden können. Individuelle Besonderheiten lassen sich dabei nur anhand einer hohen Detailtiefe der vorliegenden Kundeninformationen erken-

¹⁶⁸Vgl. hierzu auch Abschnitt 3.1.

nen, was das Vorhandensein eines funktionierenden Customer-Relationship-Managements zwingend erforderlich macht, um einen engen Kundenkontakt sicherzustellen und auf diese Weise ein möglichst vollständiges Bild der Kunden zu erhalten. Dieser offenkundig sehr aufwendige Prozess der Informationsbeschaffung erscheint jedoch alternativlos, um relevante geschäftliche Verflechtungen innerhalb eines bestehenden Kreditportfolios weitestgehend vollständig ableiten und je nach Ausmaß sachgerecht berücksichtigen zu können. Je weniger Informationen zu einem Kunden verfügbar sind, desto stärker basiert die finale Einstufung der Höhe der wirtschaftlichen Abhängigkeit zwischen Unternehmen auf dem Expertenwissen der verantwortlichen Kundenbetreuer.¹⁶⁹ Unabhängig von der konkreten Vorgehensweise verbleibt damit offenkundig ein latentes Risiko der unvollständigen Identifikation der wirtschaftlichen Abhängigkeiten aller im Portfolio enthaltener Kreditnehmer. Von daher kann die aufsichtsrechtliche Anforderung, verbundene Gruppen als eine Risikoposition zu behandeln, durchaus als eine Vereinfachung dieser Problematik gesehen werden. So muss seitens der Bank „nur“ entschieden werden, ob eine hinreichend hohe Abhängigkeit vorliegt, was bereits als große Herausforderung angesehen wird. Auf deren exakte Quantifizierung kann jedoch verzichtet werden.

Ausgangspunkt für die nun folgenden Simulationen stellen in einem ersten Schritt die homogenen Portfolios dar, die in Kapitel 3.3 bereits im Rahmen der Behandlung von Adressenkonzentration aufgeführt wurden. Bei diesen handelt es sich je Ratingklasse um ein homogenes Portfolio, das aus der notwendigen Mindestanzahl von Krediten besteht, sodass von einer unendlichen Granularität des Portfolios ausgegangen werden kann und folglich unsystematische Risiken aufgrund von Diversifikation keinen risikoerhöhenden Einfluss besitzen. Durch Hinzufügen von Gruppen verbundener Unternehmen ist für diese Portfolios ein unmittelbarer Risikoanstieg zu erwarten, da aufgrund der veränderten Abhängigkeitsstruktur ein erhöhter Einfluss unsystematischer Risiken auftreten und infolge dessen keine vollständige Diversifikation mehr gegeben sein wird. Um diese Annahme zu verifizieren werden in einem zweiten Schritt für Portfolios, die aus einer deutlich größeren Anzahl von Krediten bestehen, dieselben Simulationen durchgeführt. Für diese ist hingegen erst für deutlich größere Gruppen ein signifikanter Risikoanstieg zu erwarten.

Um systematisch die resultierenden Auswirkungen bei existierenden wirtschaftlichen Abhängigkeiten zu messen, werden, wie vorweg kurz skizziert, sowohl die Gruppengröße als auch die Gruppenanzahl für jedes Portfolio schrittweise vergrößert und das hierfür jeweils auftretende Risiko ermittelt. Diese Vorgehensweise wird jeweils für die drei vorab definierten Ausprägungen von β_i , d.h. die drei unterschiedlichen Grade an wirtschaftlicher Abhängigkeit (schwache, mittlere und maximale Abhängigkeit), durchgeführt, wobei aus-

¹⁶⁹Vgl. auch Egloff et al. (2007), die ebenfalls basierend auf Expertenwissen eine Bestimmung der Abhängigkeiten vorschlagen. Darüber hinaus nennen sie am Beispiel Schweizer Immobilienfirmen, dass aus deren jährlichen Geschäftsberichten die wichtigsten Geschäftskunden entnommen werden können.

schließlich beidseitige Abhängigkeiten berücksichtigt werden. Beispielhaft lassen sich für zwei der insgesamt zwölf analysierten Portfolios die resultierenden Ergebnisse in Tabelle 3.14 finden.¹⁷⁰

Die gemessenen Risiken sind für alle Portfolios als VaR ausgewiesen. Je Spalte sind hierzu für eine fixe Anzahl an verbundenen Gruppen die Risiken bei steigender Gruppengröße berechnet. Beginnend mit nur einer Gruppe wird die Gruppenanzahl spaltenweise erhöht. Da die analysierten Portfolios eine unterschiedliche Größe besitzen, weichen folglich auch die gebildeten Gruppenkonstellationen voneinander ab. So werden für das Portfolio bestehend aus 1457 Krediten bis zu 50 verbundene Gruppen mit einer Größe von bis zu 50 Kreditnehmern gebildet, wohingegen für das deutlich kleinere Portfolio mit 367 Krediten nur maximal 18 Gruppen mit einer Anzahl von bis zu 20 Kreditnehmern berücksichtigt werden. Zusätzlich ist jeweils in der letzten Spalte (Zeile) der maximale relative Risikoanstieg je Zeile (Spalte), d.h. je vorgegebener Gruppengröße (Gruppenanzahl), gegenüber dem Ausgangsportfolio ohne wirtschaftliche Abhängigkeit ausgewiesen. Das Risiko des Ausgangsportfolios ist nicht gesondert aufgeführt, da es dem VaR des Portfolios mit genau einer Gruppe von zwei verbundenen Kreditnehmern bei schwacher wirtschaftlicher Abhängigkeit entspricht.¹⁷¹ Grundsätzlich lässt sich anhand der Ergebnisse klar erkennen, dass die Risikozunahme infolge der erzeugten wirtschaftlichen Abhängigkeit für einen Großteil der Szenarien äußerst gering ausfällt. So liegt für beide Portfolios bei schwacher und mittlerer wirtschaftlicher Abhängigkeit der maximale Risikoanstieg bei ca. 8% bzw. 27%. Damit ein Einfluss des unsystematischen Risikos messbar ist, muss entweder eine hohe Gruppengröße an verbundenen Unternehmen oder eine hohe Ausprägung von β für das betrachtete Portfolio gegeben sein. Die bloße Existenz einer Vielzahl verbundener Gruppen, die jeweils nur aus einer kleinen Anzahl von Unternehmen bestehen, hat hingegen keinen risikoerhöhenden Einfluss auf ein Portfolio. Daher kann für diesen Fall bereits gefolgert werden, dass die Berücksichtigung einer Gruppe als einzelne Risikoposition, d.h. die pauschale Annahme der maximalen wirtschaftlichen Abhängigkeit innerhalb einer Gruppe, keine relevante Risikoüberschätzung zur Folge hat. Die stärkste Risikozunahme ist immer dann zu verzeichnen, wenn alle der drei aufgeführten Parameter jeweils mit hoher Ausprägung vorliegen. Diese Fälle beschreiben extreme Szenarien, da in diesen tatsächlich davon ausgegangen werden kann, dass für eine maximale wirtschaftliche Abhängigkeit jede Gruppe als ein Einzelkredit aufgefasst werden kann und somit eine starke Ungleichverteilung der Portfoliogewichte vorliegt sowie die effektive Kreditanzahl im Portfolio deutlich kleiner als die tatsächlich im Portfolio enthaltenen Kredite ausfällt.¹⁷² Für

¹⁷⁰Die Ergebnisse der weiteren zehn untersuchten Portfolios lassen sich im Anhang 3.6.5 zu diesem Kapitel finden. Die Portfoliogrößen ergeben sich hierbei gemäß Tabelle 3.2

¹⁷¹Für keines der berechneten Portfolios resultierte für diese Konstellation bereits ein signifikanter Risikoanstieg gegenüber dem Ausgangsportfolio.

¹⁷²Bei Gruppen heterogener Kreditnehmer sowie bei Berücksichtigung von Brancheneffekten mithilfe von Multi-Faktor-Modellen gilt nicht, dass jede Gruppe als ein Einzelkredit aufgefasst werden kann. Im

Tabelle 3.14: Simulationsergebnisse bei zunehmender Anzahl verbundener Kredite

Schwache wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta = 0,25$

Gruppen- größe	Anzahl Gruppen					max. Anstieg
	1	7	13	19	50	
2	2,10	2,10	2,10	2,10	2,10	0,0%
10	2,10	2,10	2,11	2,12	2,12	1,0%
20	2,10	2,11	2,12	2,13	2,17	3,3%
50	2,11	2,16	2,21	2,25		7,1%
max. Anstieg	0,5%	2,9%	5,2%	7,1%		

Portfolio:
1457 Kredite
PD = 0,05%

Mittlere wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta = 0,5$

	1	7	13	19	50	max. Anstieg
2	2,10	2,10	2,10	2,10	2,10	0,0%
10	2,10	2,11	2,12	2,12	2,16	2,9%
20	2,11	2,14	2,17	2,22	2,34	11,4%
50	2,14	2,34	2,52	2,67		27,1%
m. A.	1,9%	11,4%	20,0%	27,1%		

Hohe wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta \approx 0,76$

	1	7	13	19	50	max. Anstieg
2	2,10	2,11	2,12	2,12	2,12	0,5%
10	2,12	2,15	2,17	2,22	2,34	10,9%
20	2,13	2,25	2,36	2,47	3,04	44,1%
50	2,50	3,51	4,06	4,6		119%
m. A.	19,0%	67,1%	93,3%	119%		

Schwache wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta = 0,25$

	1	7	13	18	max. Anstieg
2	10,15	10,15	10,16	10,16	0,1%
10	10,16	10,24	10,31	10,37	2,2%
20	10,21	10,52	10,58	11,04	8,8%
m. A.	0,6%	3,6%	4,3%	8,7%	

Portfolio:
367 Kredite
PD = 0,46%

Mittlere wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta = 0,5$

	1	7	13	18	max. Anstieg
2	10,15	10,16	10,16	10,17	0,2%
10	10,19	10,4	10,60	10,75	5,9%
20	10,31	11,21	11,95	12,50	23,2%
m. A.	1,6%	10,4%	17,8%	23,2%	

Hohe wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta \approx 0,76$

	1	7	13	18	max. Anstieg
2	10,15	10,17	10,18	10,19	0,4%
10	10,27	10,99	11,59	12,03	18,5%
20	10,89	13,69	15,58	16,97	67,2%
m. A.	7,3%	34,9%	53,5%	67,2%	

das erste analysierte Portfolio bedeutet dies, dass es statt der ursprünglich unterstellten 1457 Kredite effektiv nur noch aus 557 ($= 1457 - 19 \cdot 50 + 50$) Krediten besteht und somit das unsystematische Risiko aufgrund geringer Diversifikation einen hohen Einfluss besitzt. Im Gegensatz zu den vorgestellten Analysen aus Kapitel 3.3, in denen die exakte Portfoliogröße abgeleitet wurde, ab der ein Einfluss von Adressenkonzentration ausgeschlossen werden kann, lässt sich solch ein allgemeingültiger Schwellwert im Rahmen dieser Untersuchungen nicht bestimmen. In Abhängigkeit der Kreditanzahl des betrachteten Portfolios sind eine Vielzahl an Konstellationen bzgl. der Größe und der Anzahl an Gruppen verbundener Unternehmen möglich, die für ein Portfolio auftreten können. Insbesondere wurden in Kapitel 3.3 die Ergebnisse unter der Annahme homogener Kredite ermittelt, was im Rahmen der Berücksichtigung von Gruppen verbundener Unternehmen gerade nicht gilt. Die Zunahme der Gruppengröße führt zu einer Ungleichgewichtung innerhalb eines Kreditportfolios, was einhergeht mit einem Anstieg des unsystematischen Risikos.¹⁷³ Jede mögliche Konstellation müsste daher gesondert analysiert werden, um eine Portfoliogröße zu bestimmen, ab der die vorgegebenen Gruppen keinen Einfluss mehr auf das Gesamtrisiko besitzen. Da dies offenkundig wenig zielführend ist, dienen die Ergebnisse beispielhaft zur Verdeutlichung, dass bei Existenz von wirtschaftlicher Abhängigkeit innerhalb eines Kreditportfolios individuell beurteilt werden muss, ob ein risikoerhöhender Effekt vorliegt. Es lässt sich jedoch grundsätzlich festhalten, dass bei Existenz von Gruppen verbundener Unternehmen deren Größen immer in Relation zur Gesamtgröße des betrachteten Portfolios gesehen werden müssen, denn mit zunehmender Portfoliogröße nimmt der Einfluss von Gruppen rasch ab. Daher erweist sich die Behandlung verbundener Unternehmen als eine gemeinsame Risikoposition auch für die Vielzahl möglicher Gruppenkonstellationen als nur geringfügig risikoerhöhend. Zur Verdeutlichung dieses Sachverhalts sind hierzu in Tabelle 3.15 die Ergebnisse weiterer Simulationen aufgeführt. In diesen wurden erneut ein homogenes Portfolio mit $PD = 0,46\%$ sowie ein weiteres homogenes Portfolio mit $PD = 3,19\%$ verwendet, um für die gleichen Gruppenkonstellationen wie zuvor eine Risikomessung durchzuführen. Im Unterschied wurde jedoch die Portfoliogröße auf 1000 Kredite erhöht, was folglich zu einer Abnahme der relativen Gewichte der einzelnen Gruppe führt. Die für jedes Szenario berechneten Ergebnisse zeigen anschaulich, dass bedingt durch die Portfoliovergrößerung der Einfluss der wirtschaftlichen Abhängigkeit fast vollständig verschwindet. Der maximale VaR bei gleicher Gruppenkonstellation, d.h. bei 18 Gruppen mit

ersten Fall würden je PD eine unterschiedliche Ausfallschranke existieren, sodass nicht zwangsläufig bei Ausfall eines Kreditnehmers mit hoher PD auch Kreditnehmer derselben Gruppe mit kleineren PDs ausfallen. Im zweiten angesprochenen Fall gilt ebenfalls nicht zwangsläufig für alle Kreditnehmer einer Gruppe aufgrund möglicher unterschiedlicher Branchenzugehörigkeiten eine Ausfallkorrelation von 100%. Die aus diesen Simulationen abgeleiteten Erkenntnisse sind aber grundsätzlich in leicht abgeschwächter Form auf die beiden beschriebenen Fälle übertragbar. Da jeweils keine Ausfallkorrelation von 100% innerhalb einer Gruppe unterstellt werden kann, fallen in Abhängigkeit der vorliegenden Portfolioparameter die Effekte aus Ansteckungseffekten geringer aus.

¹⁷³ Vgl. hierzu anhand des Beispiels in Kapitel 3.3 die Auswirkungen von „Single-Name“-Konzentrationen innerhalb eines Kreditportfolio.

Tabelle 3.15: Simulationsergebnisse bei zunehmender Anzahl verbundener Kredite

Schwache wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta = 0,25$							Portfolio: 1000 Kredite PD = 0,46%
Gruppen- größe	Anzahl Gruppen					max. Anstieg	
	1	7	13	18	50		
2	9,45	9,45	9,45	9,45	9,45	0,00%	
10	9,45	9,46	9,47	9,48	9,53	0,8%	
20	9,45	9,50	9,54	9,58		1,4%	
50	9,49	9,76	10,01	10,24		8,4%	
max. Anstieg	0,4%	3,2%	5,9%	8,4%			
Mittlere wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta = 0,5$							
	1	7	13	18	50	max. Anstieg	
2	9,45	9,45	9,45	9,45	9,45	0,0%	
10	9,45	9,48	9,51	9,53	9,67	2,3%	
20	9,47	9,58	9,70	9,81		3,8%	
50	9,59	10,36	11,00	11,57		22,4 %	
m. A.	1,5%	9,6%	16,4%	22,4%			
Hohe wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta \approx 0,76$							
	1	7	13	18	50	max. Anstieg	
2	9,45	9,45	9,45	9,45	9,46	0,1%	
10	9,46	9,55	9,63	9,72	10,12	7,1%	
20	9,51	9,92	10,27	10,60		12,2%	
50	10,10	12,58	14,28	15,77		66,9%	
m. A.	6,9%	33,1%	51,1%	66,9%			
Schwache wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta = 0,25$							Portfolio: 1000 Kredite PD = 3,19%
	1	7	13	18	50	max. Anstieg	
2	23,34	23,34	23,34	23,34	23,34	0,0%	
10	23,34	23,36	23,38	23,40	23,49	0,6%	
20	23,35	23,43	23,51	23,59		1,1%	
50	23,42	23,94	24,43	24,89		6,6%	
m. A.	0,0%	2,6%	4,7%	6,6%			
Mittlere wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta = 0,5$							
	1	7	13	18	50	max. Anstieg	
2	23,34	23,34	23,34	23,34	23,35	0,1%	
10	23,34	23,39	23,43	23,47	23,69	1,5%	
20	23,37	23,55	23,73	23,90		2,4%	
50	23,54	24,73	25,80	26,78		14,7%	
m. A.	0,9%	6,0%	10,5%	14,7%			
Hohe wirtschaftliche Abhängigkeit, $\beta \approx 0,76$							
	1	7	13	18	50	max. Anstieg	
2	23,34	23,34	23,34	23,34	23,36	0,1%	
10	23,36	23,48	23,60	23,72	24,31	4,2%	
20	23,43	23,95	24,46	24,95		6,9%	
50	24,00	27,38	30,12	32,49		39,2%	
m. A.	2,8%	17,3%	29,0%	39,2%			

je 20 Kreditnehmern, ist für das Portfolio mit $PD = 0,46\%$ gegenüber der ersten Simulation von $16,97\%$ auf $10,60\%$ zurückgegangen. Erst durch Erweiterungen der Gruppen auf jeweils 50 Kredite, um annähernd die gleiche relative Gewichtung der Gruppen zu erreichen, besitzt der VaR mit $15,77\%$ eine ähnliche Größenordnung. Vergleicht man weiter die Ergebnisse beider Simulationen, ist für das in Rede stehende Portfolio mit nun 1000 Krediten generell ein leichter Risikorückgang für alle Gruppenkonstellationen festzustellen, auch bereits für die Ausgangssituation bei fehlender wirtschaftlicher Abhängigkeit ($10,15\%$ zu $9,45\%$). Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei Ableitung der Mindestgröße eines homogenen Portfolios je Ratingklasse, um Adressenkonzentration ausschließen zu können, eine 5%-Fehlertoleranz verwendet wurde¹⁷⁴. Daher hat die Vergrößerung des Portfolios von 367 auf 1000 Kredite auch einen leichten Rückgang der ursprünglich noch marginal verbliebenen Adressenkonzentration zur Folge und tritt unabhängig von der Existenz wirtschaftlicher Abhängigkeit auf. Des Weiteren erlauben die Ergebnisse der Simulation nun auch einen Vergleich zwischen den beiden homogenen Portfolios, da beide dieselbe Größe besitzen. Absolut liegt erwartungsgemäß ein deutlich größeres Risiko für das zweite Portfolio aufgrund der höheren PDs vor. Jedoch fällt mit zunehmender Abhängigkeit die relative Risikozunahme für das erste Portfolio stärker aus. Analog zu Adressenkonzentration steigt bei abnehmender PD der Einfluss von unsystematischen Risiken. Es zeigen sich somit durchaus vergleichbare Effekte, wie sie auch bei der Messung für Adressenkonzentrationen zu beobachten sind. Als letzter Punkt kann wiederum aufgrund der geringen Zunahme des Risikos infolge wirtschaftlicher Verbundenheit für alle Ausprägungen von β festgehalten werden, dass die Berücksichtigung einer Gruppe als einzelne Risikoposition gemäß den aufsichtsrechtlichen Anforderungen für den Großteil der möglichen Konstellationen zu keiner relevanten Risikoüberschätzung führt. Einzig falls durch die Existenz einer Vielzahl an großen Gruppen die Portfoliostruktur als vergleichsweise heterogen angesehen werden muss, treten für hohe wirtschaftliche Abhängigkeiten deutlich größere Risiken als bei mittlerer und schwacher Abhängigkeit auf, sodass die aufsichtsrechtlichen Anforderungen eine signifikante Risikoüberschätzung zur Folge haben. In diesem Zusammenhang kommt jedoch zum Tragen, dass bei der Kreditvergabe eine aufsichtsrechtliche Obergrenze an Gruppen verbundener Unternehmen besteht. Analog der Grenze für Großkredite an Einzelkunden dürfen maximal 25% des anrechenbaren Eigenkapitals als Kredit an eine Gruppe vergeben werden.¹⁷⁵ Aufgrund dieser Einschränkung wird damit von vornherein die Heterogenität im Portfolio und damit das Auftreten unsystematischer Risiken begrenzt. Unter der Voraussetzung, dass ein Finanzinstitut wirtschaftlich verbundene Unternehmen vollständig identifiziert, werden somit die risikoe erhöhenden Auswirkungen von Ansteckungseffekten innerhalb eines Kreditportfolios effektiv limitiert.¹⁷⁶

¹⁷⁴Vgl. hierzu Kapitel 3.3 sowie Gürtler et al. (2008).

¹⁷⁵Vgl. Art. 395 CCR.

¹⁷⁶Vgl. hierzu auch das Beispiel in Kapitel 3.3.1, das die ebenfalls effektive Beschränkung von Adressenkonzentration beschreibt.

Exakt dieselben Ergebnisse treten bei Modellierung nur einseitiger Abhängigkeiten auf. Aufgrund der verwendeten Homogenität der Portfolios lassen sich für beide Ansätze keine signifikanten Unterschiede hinsichtlich der wirtschaftlichen Abhängigkeiten je Gruppe abbilden. Erst der Übergang zu einer heterogenen Portfoliostruktur ermöglicht die Gestaltung von Portfolios, für die signifikante Unterschiede hinsichtlich des Risikos je nach gewähltem Modellierungsansatz resultieren. So lassen sich grundsätzlich Portfolios finden, die bei unterstellter einseitiger Abhängigkeit im Vergleich bis zu ca. 10% höhere Risiken verursachen.¹⁷⁷

Basierend auf den Ergebnissen dieses Kapitels lässt sich festhalten, dass für den verwendeten Ansatz Ansteckungseffekte in erster Linie für vergleichsweise kleine Portfolios als relevant erachtet werden müssen, da für diese bereits kleine Gruppen von durchaus nur 10 bis 20 Kreditnehmern einen risikoerhöhenden Einfluss besitzen. Vor dem Hintergrund der Schwierigkeit einer sachgerechten Identifizierung von verbundenen Gruppen besteht daher für diese Portfolios zwangsläufig die Gefahr, dass potentiell zu berücksichtigende Gruppen aufgrund ihrer durchaus geringen Anzahl an Unternehmen unerkannt bleiben und infolge dessen deutliche Risikounterschätzungen eintreten können. Da mit zunehmender Portfoliogröße ebenfalls die Größe verbundener Gruppen deutlich steigen muss, damit Ansteckungseffekte einen relevanten Risikoanstieg verursachen, kann davon ausgegangen werden, dass die Problematik der Nicht-Identifizierung risikoerhöhender Gruppen abnimmt. Ferner unterstreichen die Ergebnisse die besondere Relevanz von Ansteckungsrisiken für den Interbankenmarkt, da für diesen ein nur sehr begrenzte Anzahl an Akteuren existiert und ein Großteil davon auch als miteinander verbunden angesehen werden muss.

3.6 Anhang zu Kapitel 3

3.6.1 Herleitung der Granularitätsanpassung

Zur Ermittlung der Granularitätsanpassung G sind die ersten beiden Ableitungen des VaR zu bestimmen. Gemäß Gourieroux et al. (2000) ergeben sich diese zu

$$\left. \frac{d\text{VaR}_z(l(X) + \lambda U)}{d\lambda} \right|_{\lambda=0} = E[U | l(X) = \text{VaR}_z(l(X))], \quad (3.41)$$

und

$$\left. \frac{d^2\text{VaR}_z(l(X) + \lambda U)}{d\lambda^2} \right|_{\lambda=0} = -\frac{1}{f_{l(X)}(Y)} \frac{d}{dY} (f_{l(X)}(Y) \text{var}[U | l(X) = Y]) \Big|_{Y=\text{VaR}_z(l(X))},$$

¹⁷⁷Mittels selbst durchgeführter Analysen wurde das Ausmaß der potentiellen Risikozunahme ermittelt.

$$(3.42)$$

wobei $f_{l(X)}$ die Dichtefunktion des bedingten Verlustes und $\text{var}[U|l(X) = Y]$ die bedingte Varianz des unsystematischen Risikos beschreibt.

Da aufgrund des streng monoton abnehmenden Verlaufs der bedingten Verlustfunktion $l(X)$ folgende Äquivalenzumformungen möglich ist

$$\begin{aligned} l(X) &= \text{VaR}_z(l(X)) \\ &\iff E[L|X] = \text{VaR}_z(E[L|X]) \\ &\stackrel{(2.35)}{\iff} E[L|X] = E[L|\text{VaR}_{1-z}(X)] \\ &\iff X = \text{VaR}_{1-z}(X), \end{aligned} \quad (3.43)$$

kann die erste Ableitung direkt berechnet werden. Es gilt

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\text{VaR}_z(l(X) + \lambda U)}{d\lambda} \right|_{\lambda=0} &= E[L - l(X)|X = \text{VaR}_{1-z}(X)] \\ &= E[L|\text{VaR}_{1-z}(X)] - l(\text{VaR}_{1-z}(X)) \\ &= l(\text{VaR}_{1-z}(X)) - l(\text{VaR}_{1-z}(X)) = 0. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Zur Ermittlung der Granularitätsanpassung ist somit ausschließlich die Bestimmung der zweiten Ableitung notwendig. Hierfür wird zunächst die Dichtefunktion $f_{l(X)}$ unter Ausnutzung der folgenden Eigenschaft umgeformt.

So gilt für eine gegebene Zufallsvariable X mit der Dichtefunktion f_X , dass die Dichtefunktion einer weiteren Zufallsvariablen $Y = g(X)$, wobei g eine monoton abnehmende und differenzierbare Funktion darstellt, berechnet werden kann zu¹⁷⁸

$$f_Y(Y) = -f_X(g^{-1}(Y)) \frac{dg^{-1}(Y)}{dY}. \quad (3.45)$$

Damit lässt sich mit $g^{-1}(Y) = X$ die Dichtefunktion $f_{l(X)}$ schreiben als

$$f_{l(X)}(l(X)) = -f_X(X) \frac{dX}{dl(X)} = -f_X(X) \frac{1}{dl(X)/dX}. \quad (3.46)$$

Weiter gilt für die bedingte Varianz des unsystematischen Risikos

$$\begin{aligned} \text{var}[U|l(X) = \text{VaR}_z(l(X))] &= \text{var}[L - l(X)|l(X) = \text{VaR}_z(l(X))] \\ &= \text{var}[L|l(X) = \text{VaR}_z(l(X))] = \text{var}[L|X = \text{VaR}_{1-z}(X)] = v(X), \end{aligned} \quad (3.47)$$

sodass sich unter Verwendung von (3.46) und (3.47) die Granularitätsanpassung in allge-

¹⁷⁸Vgl. Billingsley (1995), S. 259.

meiner Schreibweise ergibt¹⁷⁹

$$G = -\frac{1}{2 \cdot f_X(X)} \frac{d}{dX} \left(\frac{f_X(X)v(X)}{dl(X)/dX} \right) \Big|_{X=\text{VaR}_{1-z}(X)}. \quad (3.48)$$

Zur Nutzung der hergeleiteten Formel verbleibt die Bestimmung aller verwendeten Funktionen, wie des bedingten Erwartungswertes, der bedingten Varianz, deren Ableitungen sowie der Dichtefunktion des systematischen Faktors. Da hierzu im Folgenden das ASRF-Modell zugrunde gelegt wird, lassen sich diese unmittelbar berechnen. Aufgrund der im Modell geltenden Verteilungsannahmen ist die Dichtefunktion des systematischen Faktors f_X durch die Dichtefunktion der Standardnormalverteilung $n(\cdot)$ gegeben. Hiermit gilt, dass der VaR_{1-z} des systematischen Faktors X sich berechnet zu $N^{-1}(1-z)$.¹⁸⁰ Weiter lässt sich (3.48) unter Verwendungen der gängigen Differentialregeln umformen

$$\begin{aligned} G &= -\frac{1}{2n(X)} \frac{d}{dX} \left(\frac{n(X)v(X)}{dl(X)/dX} \right) \Big|_{X=N^{-1}(1-z)} \\ &= -\frac{1}{2n(X)} \left(\frac{d}{dX} (n(X)v(X)) \frac{1}{dl(X)/dX} + n(X)v(X) \frac{d}{dX} \left(\frac{1}{dl(X)/dX} \right) \right) \Big|_{X=N^{-1}(1-z)} \\ &= \frac{-1}{2n(X)dl(X)/dX} \left(\frac{dn(X)}{dX} v(X) + \frac{dv(X)}{dX} n(X) - \frac{n(X)v(X)d^2l(X)/dX^2}{dl(X)/dX} \right) \Big|_{X=N^{-1}(1-z)}. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Die Ableitung der Dichte der Standardnormalverteilung ergibt

$$\frac{dn(X)}{dX} = d \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-X^2/2) \right) / dX = -Xn(X). \quad (3.50)$$

Hiermit gilt weiter

$$G = \frac{1}{2dl(X)/dX} \left[X \cdot v(X) - \frac{dv(X)}{dX} + \frac{v(X) \cdot d^2l(X)/dX^2}{dl(X)/dX} \right] \Big|_{X=N^{-1}(1-z)}. \quad (3.51)$$

Abschließend sind somit für $l(X)$ die ersten beiden sowie für $v(X)$ die erste Ableitung zu bestimmen. Da weiterhin von deterministischen LGDs ausgegangen wird, lassen sich der Erwartungswert und Varianz schreiben als

$$l(X) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot p_i(X) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot N \left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1 - \rho_i}} \right). \quad (3.52)$$

¹⁷⁹Diese Formel besitzt unabhängig vom zugrunde gelegten Ein-Faktor-Modell Gültigkeit.

¹⁸⁰Vgl. hierzu Kapitel 2.2.3.4.

$$\begin{aligned}
v(X) &= \text{var} \left(\sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot 1_{D_i} | X \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_i^2 \left(E \left[(LGD_i \cdot 1_{D_i} | X)^2 \right] - E \left[LGD_i \cdot 1_{D_i} | X \right]^2 \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_i^2 \left(LGD_i^2 \cdot E \left[(1_{D_i} | X)^2 \right] - LGD_i^2 \cdot p_i(X)^2 \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_i^2 \left(LGD_i^2 \cdot p_i(X) - LGD_i^2 \cdot p_i(X)^2 \right).
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Der Verzicht auf stochastische LGDs führt zu leicht vereinfachten Formeln im Vergleich zu den Lösungen von Pykhtin/Dev (2002) und Wilde (2001), da im Rahmen der Herleitung keine Varianzen der LGDs berücksichtigt werden müssen.

Die ersten beiden Ableitungen des bedingten Erwartungswertes sowie die erste Ableitung der Varianz ergeben

$$\frac{dl(X)}{dX} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot \frac{dp_i(X)}{dX}, \tag{3.54}$$

$$\frac{d^2l(X)}{dX^2} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot \frac{d^2p_i(X)}{dX^2}, \tag{3.55}$$

$$\frac{dv(X)}{dX} = \sum_{i=1}^n w_i^2 \left(LGD_i^2 \cdot \frac{dp_i(X)}{dX} - LGD_i^2 \cdot \frac{d(p_i(X)^2)}{dX} \right). \tag{3.56}$$

Die erforderlichen Ableitungen der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten berechnen sich unter Benutzung der Kettenregel zu

$$\frac{dp_i(X)}{dX} = -\frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right], \tag{3.57}$$

$$\frac{d^2p_i(X)}{dX^2} = -\frac{\rho_i}{1-\rho_i} \cdot \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right], \tag{3.58}$$

$$\frac{d(p_i(X)^2)}{dX} = -2 \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right] \cdot p_i(X). \tag{3.59}$$

Einsetzen der Formeln (3.53) - (3.59) in (3.51) ergibt die Granularitätsanpassung für das

ASRF-Modell

$$\begin{aligned}
 G = & \frac{1}{-2 \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right]} \\
 & \cdot \left[X \cdot \sum_{i=1}^n w_i^2 (LGD_i^2 \cdot p_i(X) - LGD_i^2 \cdot p_i(X)^2) \right. \\
 & - \sum_{i=1}^n w_i \left(-LGD_i \cdot \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right] \right. \\
 & \left. \left. + 2LGD_i^2 \cdot \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right] \cdot p_i(X) \right) \right. \\
 & \left. - \frac{\sum_{i=1}^n w_i^2 (LGD_i^2 \cdot p_i(X) - LGD_i^2 \cdot p_i(X)^2)}{2 \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right]} \right. \\
 & \left. \cdot \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot \frac{\rho_i}{1-\rho_i} \cdot \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}} \right] \right]. \tag{3.60}
 \end{aligned}$$

3.6.2 Ermittlung der Korrelationsparameter im Pykhtin-Modell

Zur Darstellung der Abhängigkeitsstruktur innerhalb des Pykhtin-Modells ist der Korrelationsparameter c_i zu bestimmen. Wie in Kapitel 3.4.3 definiert, geht dieser bei Berechnung des Portfolioverlustes \bar{L} gemäß der folgenden Formel ein,

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot N \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{c_i} \cdot \bar{X}}{\sqrt{1-c_i}} \right]. \tag{3.61}$$

Zur Bestimmung des in Rede stehenden Parameters wird hierzu zunächst der systematische Faktor \bar{X} als gewichtete Summe der systematischen Faktoren eines Multi-Faktor-Modells definiert, um den Portfolioverlust \bar{L} in Beziehung mit L zu bringen, d.h. es gilt

$$\bar{X} = \sum_{k=1}^S b_k \cdot Z_k \text{ mit } \sum_{k=1}^S b_k^2 = 1. \tag{3.62}$$

Die erforderlichen Parameter werden im Folgenden unter der Bedingung hergeleitet, dass sich der Portfolioverlust \bar{L} und der bedingte erwartete Verlust $E[L|\bar{X}]$ entsprechen, d.h. $\bar{L} = E[L|\bar{X}]$.¹⁸¹ Zur Berechnung des bedingten Verlustes wird als erstes der systematische

¹⁸¹Hierdurch wird gewährleistet, dass im Rahmen der Taylorreihenentwicklung, die zur Bestimmung der Multi-Faktor-Anpassung zu lösen ist, die ersten Ableitung des VaR genau null ergibt. Vgl. hierzu auch die Berechnung der ersten Ableitung des VaR im Rahmen der Granularitätsanpassung.

Faktor X_i eines Kreditnehmers i in neuer Schreibweise dargestellt als

$$X_i = \sqrt{\bar{\rho}_i} \cdot \bar{X} + \sqrt{1 - \bar{\rho}_i} \cdot \eta_i, \quad (3.63)$$

wobei η_i eine von \bar{X} unabhängige und standardnormalverteilte Zufallsvariable ist, die den nicht durch \bar{X} beschriebenen Teil der systematischen Entwicklung abbildet. Weiter stellt $\bar{\rho}_i$ die Korrelation zwischen \bar{X} und X_i dar und berechnet sich zu

$$\bar{\rho}_i = \text{Corr}(\bar{X}, X_i) = \text{Corr}\left(\sum_{k=1}^S b_k \cdot Z_k, \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot Z_k\right) = \sum_{k=1}^S b_k \cdot \alpha_{i,k}. \quad (3.64)$$

Unter Verwendung von (3.63) und (3.64) lässt sich die Rendite eines Kreditnehmers (2.16) umschreiben

$$\begin{aligned} r_i &= \sqrt{\rho_i} \cdot X_i + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i \\ &= \sqrt{\rho_i} \cdot \left(\sqrt{\bar{\rho}_i} \cdot \bar{X} + \sqrt{1 - \bar{\rho}_i} \cdot \eta_i \right) + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i \\ &= \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\bar{\rho}_i} \cdot \bar{X} + \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{1 - \bar{\rho}_i} \cdot \eta_i + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Da sowohl η_i als auch ϵ_i unabhängige, standardnormalverteilte Zufallsvariablen darstellen, können diese zu einer ebenfalls unabhängigen, standardnormalverteilten Zufallsvariablen ξ_i zusammengefasst werden. Hiermit kann die Rendite weiter vereinfacht werden zu

$$r_i = \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\bar{\rho}_i} \cdot \bar{X} + \sqrt{1 - \rho_i \cdot \bar{\rho}_i} \cdot \xi_i. \quad (3.66)$$

In dieser Schreibweise entspricht die Rendite der üblichen Darstellung einer Rendite im Ein-Faktor-Modell, sodass sich hiermit der bedingte Verlust gemäß (2.33) berechnen lässt

$$E(L|\bar{X}) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\bar{\rho}_i} \cdot N^{-1}(z)}{\sqrt{1 - \rho_i \cdot \bar{\rho}_i}}\right). \quad (3.67)$$

Damit die zu Beginn der Herleitung aufgestellte Bedingung $\bar{L} = E[L|\bar{X}]$ erfüllt ist, kann durch Vergleich von (3.61) mit (3.67) unmittelbar abgeleitet werden, dass sich der gesuchte Korrelationsparameter c_i wie folgt berechnet

$$\sqrt{c_i} = \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\bar{\rho}_i} = \sqrt{\rho_i} \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot b_k. \quad (3.68)$$

Somit verbleibt die Herleitung des Parameters b_k . Dieser wird so gewählt, dass die Korrelation zwischen \bar{X} und $\{X_i\}$ maximiert wird, d.h. b_k ergibt sich als Lösung des

Maximierungsproblems

$$\max_{b_k} \left(\sum_{i=1}^n d_i \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot b_k \right) \quad \text{unter der Nebenbedingung} \quad \sum_{k=1}^S b_k^2 = 1. \quad (3.69)$$

Der neu eingeführte Parameter d_i stellt hierbei einen Gewichtungsfaktor der Korrelation zwischen dem systematischen Faktor X_i und \bar{X} dar.

Mittels des Lagrange-Verfahrens¹⁸² ergibt sich dabei die Lösung für b_k wie folgt

$$b_k = \sum_i^n \frac{d_i \cdot \alpha_{i,k}}{\lambda}, \quad (3.70)$$

wobei der Lagrange-Multiplikator λ genau so gewählt wird, dass b_k die Nebenbedingung erfüllt.

Als letzter noch zu bestimmende Parameter verbleibt der Gewichtungsfaktor d_i . Für diesen existiert jedoch keine eindeutige Lösung, da die Gewichtung grundsätzlich frei gewählt werden kann. Gemäß Pykhtin (2004) führt die folgende Wahl des Gewichtungsfaktors zu sehr guten Ergebnissen, sodass diese für alle selbst durchgeführten Analysen übernommen wurde

$$d_i = w_i \cdot LGD_i \cdot N \left[\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{\rho_i} N^{-1}(z)}{\sqrt{1 - \rho_i}} \right]. \quad (3.71)$$

Die Gewichtungsfaktoren werden somit mittels der VaR-Formel des ASRF-Modells berechnet. Kreditnehmer, die ein hohes Risiko, d.h. einen hohen VaR, aufweisen, werden daher stärker als risikoärmere Kreditnehmer im Rahmen des Maximierungsproblems gewichtet.

3.6.3 Herleitung der Multi-Faktor-Anpassung für den VaR

Zur Berechnung der Multi-Faktor-Anpassung ΔVaR_z ist analog zur Granularitätsanpassung ausschließlich die zweite Ableitung des VaR zu bestimmen, da aufgrund der Wahl des Korrelationsparameters c_i die erste Ableitung null ergibt.¹⁸³ Somit gilt analog (3.51)

$$\begin{aligned} \Delta \text{VaR}_z &= \text{VaR}_z(L) - \text{VaR}_z(\bar{L}) \\ &= \frac{1}{2dl(\bar{X})/d\bar{X}} \left[\bar{X} \cdot v(\bar{X}) - \frac{dv(\bar{X})}{d\bar{X}} + \frac{v(\bar{X}) \cdot d^2l(\bar{X})/d\bar{X}^2}{dl(\bar{X})/d\bar{X}} \right] \Big|_{\bar{X}=N^{-1}(1-z)}. \end{aligned} \quad (3.72)$$

¹⁸²Vgl. hierzu Marti/Gröger (2000), S. 120 ff.

¹⁸³Vgl. Kapitel 3.6.1 und 3.6.2.

Die erste und zweite Ableitung der Verlustfunktion l ergeben sich hierbei zu

$$\frac{dl(\bar{X})}{d\bar{X}} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot \frac{dp_i}{d\bar{X}}(\bar{X}), \quad (3.73)$$

$$\frac{d^2l(\bar{X})}{d\bar{X}^2} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot LGD_i \cdot \frac{d^2p_i}{d\bar{X}^2}(\bar{X}), \quad (3.74)$$

wobei sich die Ableitungen der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit berechnen lassen zu

$$\begin{aligned} \frac{dp_i}{d\bar{X}}(\bar{X}) &= dN \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{c_i} \cdot \bar{X}}{\sqrt{1-c_i}} \right] / d\bar{X} \\ &= -\frac{\sqrt{c_i}}{\sqrt{1-c_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{c_i} \cdot \bar{X}}{\sqrt{1-c_i}} \right], \end{aligned} \quad (3.75)$$

$$\frac{d^2p_i}{d\bar{X}^2}(\bar{X}) = -\frac{c_i}{1-c_i} \cdot \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{c_i} \cdot \bar{X}}{\sqrt{1-c_i}} \cdot n \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{c_i} \cdot \bar{X}}{\sqrt{1-c_i}} \right]. \quad (3.76)$$

Im Vergleich zur Herleitung der Granularitätsanpassung tritt bei der Ermittlung der bedingten Varianzen ein entscheidender Unterschied auf. Da \bar{L} für gegebenes \bar{X} deterministisch ist, kann in einem ersten Schritt die bedingte Varianz von U vereinfacht werden zu

$$v(\bar{X}) = \text{var}(U|\bar{X}) = \text{var}(L - \bar{L}|\bar{X}) = \text{var}(L|\bar{X}). \quad (3.77)$$

Für den verbleibenden Term gilt nun, im Unterschied zur Herleitung der bedingten Varianz der Granularitätsanpassung¹⁸⁴, keine bedingte Unabhängigkeit, wie sich leicht zeigen lässt. Durch Umformung der ursprünglichen Gleichung der Rendite eines Kreditnehmers (2.16) kann diese auch geschrieben werden als

$$\begin{aligned} r_i &= \sqrt{\rho_i} \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} Z_k + \sqrt{1-\rho_i} \epsilon_i \\ &= \sqrt{c_i} \bar{X} - \sqrt{c_i} \bar{X} + \sqrt{\rho_i} \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} Z_k + \sqrt{1-\rho_i} \epsilon_i \\ &= \sqrt{c_i} \bar{X} + \sum_{k=1}^S (\sqrt{\rho_i} \alpha_{i,k} - \sqrt{c_i} b_k) Z_k + \sqrt{1-\rho_i} \epsilon_i. \end{aligned} \quad (3.78)$$

Der mittlere Term der rechten Seite ist hierbei unabhängig von \bar{X} und verursacht somit eine bedingte Korrelation der Unternehmenswerte zweier Kreditnehmer. Zur Berechnung der in Rede stehenden Korrelation wird in einem ersten Schritt die bedingte Varianz von

¹⁸⁴Vgl. Formel (3.53).

r_i bestimmt. Es gilt

$$\begin{aligned} \text{var}(r_i|\bar{X}) &= \rho_i \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k}^2 \cdot \text{var}(Z_k) - c_i \sum_{k=1}^S b_k^2 \cdot \text{var}(Z_k) + (1 - \rho_i) \text{var}(\epsilon_i) \\ &= 1 - c_i. \end{aligned} \quad (3.79)$$

Hiermit berechnet sich die Korrelation zwischen zwei Kreditnehmern bedingt über \bar{X} zu

$$\begin{aligned} \rho_{i,j}^{\bar{X}} &= \text{Corr}(r_i, r_j|\bar{X}) \\ &= \frac{\text{Cov}(r_i, r_j|\bar{X})}{\sqrt{\text{var}(r_i|\bar{X})\text{var}(r_j|\bar{X})}} \\ &= \frac{\sqrt{\rho_i}\sqrt{\rho_j} \sum_{k=1}^S (\alpha_{i,k}\alpha_{j,k}\text{var}(Z_k)) - \sqrt{c_i}\sqrt{c_j} \sum_{k=1}^S (b_k^2\text{var}(Z_k))}{\sqrt{(1 - c_i)(1 - c_j)}} \\ &= \frac{\sqrt{\rho_i}\sqrt{\rho_j} \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k}\alpha_{j,k} - \sqrt{c_i}\sqrt{c_j}}{\sqrt{(1 - c_i)(1 - c_j)}}. \end{aligned} \quad (3.80)$$

Die bedingte Varianz kann somit aufgrund der bestehenden Abhängigkeiten nicht unmittelbar berechnet werden. Da jedoch weiterhin die Unabhängigkeit bedingt über alle systematischen Faktoren Z_k gilt, kann unter Anwendung des Satzes der totalen Varianz¹⁸⁵ die bedingte Varianz zerlegt werden in die folgende Summe

$$v(\bar{X}) = \underbrace{\text{var}[E[L|\{Z_k\}|\bar{X}]]}_{v_\infty(\bar{X})} + \underbrace{E[\text{var}[L|\{Z_k\}|\bar{X}]]}_{v_{\text{GA}}(\bar{X})}. \quad (3.81)$$

Der erste Term der rechten Seite, im Weiteren als v_∞ bezeichnet, beschreibt hierbei die bedingte Varianz des Portfolios bei unterstellter unendlicher Granularität und lässt sich interpretieren als die Abweichung des Verlustes im Multi-Faktor-Modell gegenüber dem des Ein-Faktor-Modells. $v_\infty(\bar{X})$ misst daher Veränderungen, die auf systematischen Risiken basieren, und berechnet sich zu¹⁸⁶

$$\begin{aligned} v_\infty(\bar{X}) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \text{LGD}_i \cdot \text{LGD}_j \\ &\quad \cdot \left[N_2 \left(N^{-1} [p_i(\bar{X})], N^{-1} [p_j(\bar{X})], \rho_{i,j}^{\bar{X}} \right) - p_i(\bar{X}) \cdot p_j(\bar{X}) \right]. \end{aligned} \quad (3.82)$$

¹⁸⁵Vgl. Weis (2005), S. 385.

¹⁸⁶Vgl. Hibbeln (2010), S. 124 ff.

Die Ableitung von (3.82) ergibt¹⁸⁷

$$\begin{aligned} \frac{dv_\infty(\bar{X})}{d\bar{X}} = & 2 \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot LGD_i \cdot LGD_j \cdot \frac{dp_i(\bar{X})}{d\bar{X}} \\ & \cdot \left[N \left(\frac{N^{-1} [p_j(\bar{X})] - \rho_{i,j}^{\bar{X}} \cdot N^{-1} [p_i(\bar{X})]}{\sqrt{1 - (\rho_{i,j}^{\bar{X}})^2}} \right) - p_j(\bar{X}) \right]. \end{aligned} \quad (3.83)$$

Der zweite Term der rechten Seite von Gleichung (3.81) v_{GA} stellt den Einfluss unsystematischer Risiken in Folge der Granularität des jeweils betrachteten Portfolios dar. Dieser Term beschreibt daher, analog zum ASRF-Modell, eine Granularitätsanpassung und ist gegeben als¹⁸⁸

$$v_{GA}(\bar{X}) = \sum_{i=1}^n w_i^2 \cdot \left(LGD_i^2 \cdot \left[p_i(\bar{X}) - N_2 \left(N^{-1} [p_i(\bar{X})], N^{-1} [p_i(\bar{X})], \rho_{i,i}^{\bar{X}} \right) \right] \right). \quad (3.84)$$

Weiter ergibt sich die notwendige Ableitung von (3.84) als

$$\begin{aligned} \frac{dv_{GA}(\bar{X})}{d\bar{X}} = & \sum_{i=1}^n w_i^2 \cdot \frac{dp_i(\bar{X})}{d\bar{X}} \\ & \left(LGD_i^2 \left[1 - 2N \left(\frac{N^{-1} [p_i(\bar{X})] - \rho_{i,i}^{\bar{X}} \cdot N^{-1} [p_i(\bar{X})]}{\sqrt{1 - (\rho_{i,i}^{\bar{X}})^2}} \right) \right] \right). \end{aligned} \quad (3.85)$$

Mittels der hergeleiteten Gleichungen lässt sich die gesuchte Multi-Faktor-Anpassung ΔVaR_z gemäß (3.72) bestimmen. Da im Rahmen der Berechnung der bedingten Varianz unterschieden werden kann nach Effekten resultierend aus systematischen sowie unsystematischen Risiken, kann folglich die Multi-Faktor-Anpassung in gleicher Weise zerlegt werden, sodass gilt

$$\Delta VaR_z = \Delta VaR_z^\infty + \Delta VaR_z^{GA}. \quad (3.86)$$

bzw.

$$VaR_z(L) = VaR_z(\bar{L}) + \Delta VaR_z^\infty + \Delta VaR_z^{GA} \quad (3.87)$$

¹⁸⁷Vgl. Hibbeln (2010), S. 128 ff.

¹⁸⁸Vgl. für die Herleitung der Varianz sowie der Herleitung der Ableitung Hibbeln (2010), S. 124 ff.

3.6.4 Herleitung der Multi-Faktor-Anpassung für den ES

Zur Bestimmung der Multi-Faktor-Anpassung ΔES_z ist das folgende Integral zu lösen

$$\Delta\text{ES}_z = \frac{1}{1-z} \int_z^1 \Delta\text{VaR}_s \, ds. \quad (3.88)$$

Hierzu kann ΔVaR_z im zu lösenden Integral gemäß Formel (3.49) ersetzt werden, sodass der gesuchte Term sich schreiben lässt als

$$\Delta\text{ES}_z(\bar{L}) = \frac{1}{2(1-z)} \int_z^1 \frac{1}{n(\bar{X})} \frac{d}{d\bar{X}} \left(n(\bar{X}) \frac{v(\bar{X})}{dl(\bar{X})/d\bar{X}} \right) ds \Bigg|_{\bar{X}=N^{-1}(1-s)} \quad (3.89)$$

Mittels Substitution von $k = N^{-1}(1-s)$ und somit $ds = -n(k)dk$ folgt

$$\begin{aligned} \Delta\text{ES}_z(\bar{L}) &= -\frac{1}{2(1-z)} \int_{-\infty}^{N^{-1}(1-z)} \frac{1}{n(k)} \frac{d}{dk} \left(n(k) \frac{v(k)}{dl(k)/dk} \right) n(k) dk \Bigg|_{\bar{X}=k} \\ &= -\frac{1}{2(1-z)} \left[\left(n(k) \frac{v(k)}{dl(k)/dk} \right) \right]_{-\infty}^{N^{-1}(1-z)}. \end{aligned} \quad (3.90)$$

Für $x = -\infty$ ergibt der zweite Term des Integrals genau null, sodass die Multi-Faktor-Anpassung folgende Form besitzt

$$\Delta\text{ES}_z = -\frac{1}{2 \cdot (1-z)} \cdot n(k) \frac{v(k)}{dl(k)/dk} \Bigg|_{k=N^{-1}(1-z)}. \quad (3.91)$$

Mittels der zuvor hergeleiteten Funktionen lässt sich somit auch unmittelbar ΔES_z berechnen.

3.6.5 Ergebnisse der Simulationsstudie aus Kapitel 3.5

Die folgenden Tabellen stellen für zehn Portfolios mit jeweils unterschiedlicher PD die Risiken bei zunehmender Anzahl und Größe verbundener Gruppen dar. Als Portfoliogrößen werden jeweils die in Abschnitt 3.3.1 aufgeführten Größen genutzt, für die ein Portfolio als frei von Adressenkonzentration betrachtet werden kann. Je Tabelle wird der Grad der wirtschaftlichen Abhängigkeit sukzessive erhöht. Mit ansteigender Heterogenität der Portfoliostruktur infolge der gebildeten Gruppengrößen bzw. -anzahl sowie mit steigender wirtschaftlicher Abhängigkeit nehmen dabei analog den Ergebnissen aus Abschnitt 3.5.2.2 die Risiken zu. Da die analysierten Portfolios mit zunehmender PD aus einer geringeren

Anzahl an Krediten bestehen, treten für diese Portfolios bereits für kleine Gruppengrößen bzw. -anzahl signifikante Risikoanstiege auf. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass insbesondere für vergleichsweise kleine Portfolien Ansteckungseffekte als relevant erachtet werden müssen, da für diese bereits einzelne kleine Gruppen von durchaus nur 10 bis 20 Kreditnehmern einen risikoerhöhenden Einfluss besitzen.

Tabelle 3.16: Ergebnisse bei schwacher wirtschaftlicher Abhängigkeit

Portfolio- parameter	Gruppen- größe	Anzahl Gruppen					max. Anstieg
		1	7	13	19	50	
PD = 0,03% Kredite = 1980	2	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	0,1%
	10	1,41	1,41	1,42	1,42	1,42	0,8%
	20	1,41	1,42	1,42	1,43	1,45	2,3%
	50	1,42	1,44	1,46	1,48		4,7%
PD = 0,32% Kredite = 448	2	7,78	7,78	7,78	7,79	7,79	0,2%
	10	7,79	7,83	7,88	7,92		1,8%
	20	7,81	7,99	8,16	8,32		6,9%
	50	8,00	9,06				16,5%
PD = 0,34% Kredite = 442	2	8,07	8,08	8,08	8,08	8,09	0,2%
	10	8,08	8,13	8,17	8,22		1,8%
	20	8,11	8,30	8,47	8,64		7,0%
	50	8,30	9,42				16,7%
PD = 0,64% Kredite = 317	2	11,66	11,66	11,67	11,67	11,69	0,2%
	10	11,68	11,79	11,90	11,93		2,3%
	20	11,74	12,20	12,62	12,75		9,3%
	50	12,26					5,1%
PD = 1,15% Kredite = 250	2	15,64	15,65	15,65	15,66	15,68	0,3%
	10	15,68	15,89	16,06	16,30		4,2%
	20	15,80	16,69	17,35			10,9%
	50	16,87					7,8%
PD = 1,97% Kredite = 220	2	19,76	19,77	19,78	19,79	19,83	0,3%
	10	19,82	20,14	20,35	20,76		5,0%
	20	20,01	21,35	22,14			12,0%
	50	21,65					9,6%
PD = 3,19% Kredite = 195	2	24,19	24,20	24,21	24,22	24,27	0,3%
	10	24,27	24,72	24,94	25,58		5,7%
	20	24,54	26,41	27,23			12,6%
	50	26,82					10,9%
PD = 8,99% Kredite = 135	2	40,77	40,79	40,81	40,85	40,99	0,6%
	10	40,99	42,28	42,90			5,2%
	20	41,75					2,4%
	50	47,26					15,9%
PD = 13,01% Kredite = 107	2	50,13	50,17	50,19	50,26	50,50	0,7%
	10	50,48	52,59	53,58			6,9%
	20	51,68					3,1%
	50	59,45					18,6%

Tabelle 3.17: Ergebnisse bei mittlerer wirtschaftlicher Abhängigkeit

Portfolio- parameter	Gruppen- größe	Anzahl Gruppen					max. Anstieg
		1	7	13	19	50	
PD = 0,03% Kredite = 1980	2	1,41	1,41	1,41	1,41	1,42	0,1%
	10	1,41	1,42	1,42	1,43	1,44	2,2%
	20	1,42	1,43	1,45	1,46	1,53	8,1%
	50	1,43	1,53	1,61	1,69		19,5%
PD = 0,32% Kredite = 448	2	7,78	7,78	7,79	7,79	7,81	0,3%
	10	7,80	7,93	8,05	8,17		5,0%
	20	7,88	8,43	8,89	9,30		19,6%
	50	8,67	11,48				47,5%
PD = 0,34% Kredite = 442	2	8,07	8,08	8,08	8,08	8,10	0,3%
	10	8,10	8,23	8,36	8,48		5,0%
	20	8,18	8,75	9,23	9,66		19,6%
	50	9,00	11,91				47,6%
PD = 0,64% Kredite = 317	2	11,66	11,67	11,67	11,68	11,72	0,5%
	10	11,71	12,01	12,29	12,38		6,1%
	20	11,89	13,15	14,15	14,45		23,9%
	50	13,93					19,5%
PD = 1,15% Kredite = 250	2	15,64	15,65	15,66	15,68	15,74	0,6%
	10	15,73	16,27	16,70	17,25		10,3%
	20	16,07	18,30	19,74			26,2%
	50	19,85					26,9%
PD = 1,97% Kredite = 220	2	19,76	19,78	19,79	19,81	19,90	0,7%
	10	19,89	20,67	21,16	22,06		11,6%
	20	20,40	23,52	25,15			27,3%
	50	25,46					28,8%
PD = 3,19% Kredite = 195	2	24,19	24,21	24,22	24,26	24,37	0,8%
	10	24,37	25,41	25,91	27,27		12,7%
	20	25,06	29,17	30,81			27,4%
	50	31,16					28,8%
PD = 8,99% Kredite = 135	2	40,77	40,83	40,86	40,95	41,25	1,2%
	10	41,25	43,98	45,22			10,9%
	20	42,94					5,3%
	50	52,95					29,9%
PD = 13,01% Kredite = 107	2	50,13	50,23	50,28	50,42	50,91	1,6%
	10	50,90	55,21	57,16			14,0%
	20	53,32					6,4%
	50	65,45					30,6%

Tabelle 3.18: Ergebnisse bei maximaler wirtschaftlicher Abhängigkeit

Portfolio- parameter	Gruppen- größe	Anzahl Gruppen					max. Anstieg
		1	7	13	19	50	
PD = 0,03% Kredite = 1980	2	1,43	1,43	1,43	1,43	1,43	1,1%
	10	1,43	1,44	1,46	1,47	1,54	9,1%
	20	1,44	1,49	1,55	1,61	1,91	35,3%
	50	1,49	1,87	2,24	2,62		85,3%
PD = 0,32% Kredite = 448	2	7,78	7,79	7,80	7,81	7,86	1,0%
	10	7,86	8,34	8,72	9,07		16,6%
	20	8,29	10,17	11,44	12,57		61,5%
	50	13,48	19,21				146,9%
PD = 0,34% Kredite = 442	2	8,08	8,08	8,09	8,10	8,15	1,0%
	10	8,16	8,65	9,05	9,41		16,5%
	20	8,59	10,53	11,84	13,01		61,2%
	50	13,87	19,83				145,6%
PD = 0,64% Kredite = 317	2	11,66	11,68	11,70	11,71	11,82	1,4%
	10	11,83	12,82	13,64	13,89		19,1%
	20	12,70	16,43	18,93	19,68		68,7%
	50	21,23					82,1%
PD = 1,15% Kredite = 250	2	15,64	15,68	15,70	15,74	15,92	1,8%
	10	15,94	17,64	18,80	20,24		29,4%
	20	17,40	23,41	26,80			71,4%
	50	27,75					77,4%
PD = 1,97% Kredite = 220	2	19,77	19,82	19,85	19,91	20,15	2,0%
	10	20,20	22,52	23,83	26,11		32,1%
	20	22,09	30,17	33,91			71,6%
	50	32,99					66,9%
PD = 3,19% Kredite = 195	2	24,20	24,26	24,29	24,39	24,71	2,1%
	10	24,77	27,78	29,08	32,44		34,1%
	20	27,07	37,38	41,04			69,7%
	50	38,76					60,3%
PD = 8,99% Kredite = 135	2	40,79	40,99	41,03	41,27	42,08	3,2%
	10	42,13	49,14	52,05			27,7%
	20	46,35					13,7%
	50	63,51					55,8%
PD = 13,01% Kredite = 107	2	50,16	50,42	50,55	50,93	52,21	4,2%
	10	52,17	62,83	67,18			34,0%
	20	57,49					14,7%
	50	76,55					52,7%

4 Konzentrationsrisiken in Sicherheitenportfolios

4.1 Grundlagen zur Modellierung von Sicherheiten

4.1.1 Überblick

Die Stellung von Sicherheiten besitzt im Rahmen der Kreditvergabe eine hohe Relevanz für die Risikostruktur von Finanzinstituten. Das offenkundige Ziel, das hierbei durch die Anerkennung einer Sicherheit verfolgt wird, ist die Minderung des eintretenden Verlustes bei Ausfall eines Kreditnehmers. Durch Verwertung einer Sicherheit im Ausfallereignis lassen sich Rückzahlungen an das Finanzinstitut generieren, mittels derer noch bestehende Forderungen teilweise oder sogar vollständig bedient werden können. Üblicherweise wird bei den möglichen Arten von Sicherheiten unterschieden zwischen Sachsicherheiten und Personensicherheiten. Hierbei kann die erste Klasse weiter unterteilt werden in finanzielle Sicherheiten, wie z.B. festverzinsliche Wertpapiere, Aktien, Gold und Bareinlage, sowie in sonstige Sachsicherheiten, wie z.B. Immobilien, Kraftfahrzeuge, Produkte, Rohstoffe, Maschinen und Inventar. Personensicherheiten sind im Wesentlichen Gewährleistungen, wie z.B. Kreditderivate, Garantien und Bürgschaften.

Da grundsätzlich davon auszugehen ist, dass analog zur Darstellung von Unternehmensrenditen gemäß (2.16) die Wertentwicklung von Sicherheiten ebenfalls sowohl durch systematische als auch unsystematische Einflussfaktoren bestimmt wird, erfordert dies im Sinne einer möglichst realistischen Risikodarstellung eine zusätzliche Modellierung dieser relevanten Größe, um hieraus resultierende Abhängigkeiten zwischen verschiedenen Sicherheiten innerhalb eines Portfolios überhaupt berücksichtigen zu können. Weiter lässt sich aus dieser Annahme unmittelbar ableiten, dass für eine Bank, je nach Größe ihres Sicherheitenportfolios und je nach Ausmaß der Abhängigkeiten zwischen den Sicherheiten, ein zusätzliches Konzentrationsrisiko resultieren kann. Auswirkungen der Nichtberücksichtigung und der Unterschätzung dieser Risikoart ließen sich in der vergangenen US-Immobilienkrise eindrucksvoll an den internationalen Finanzmärkten beob-

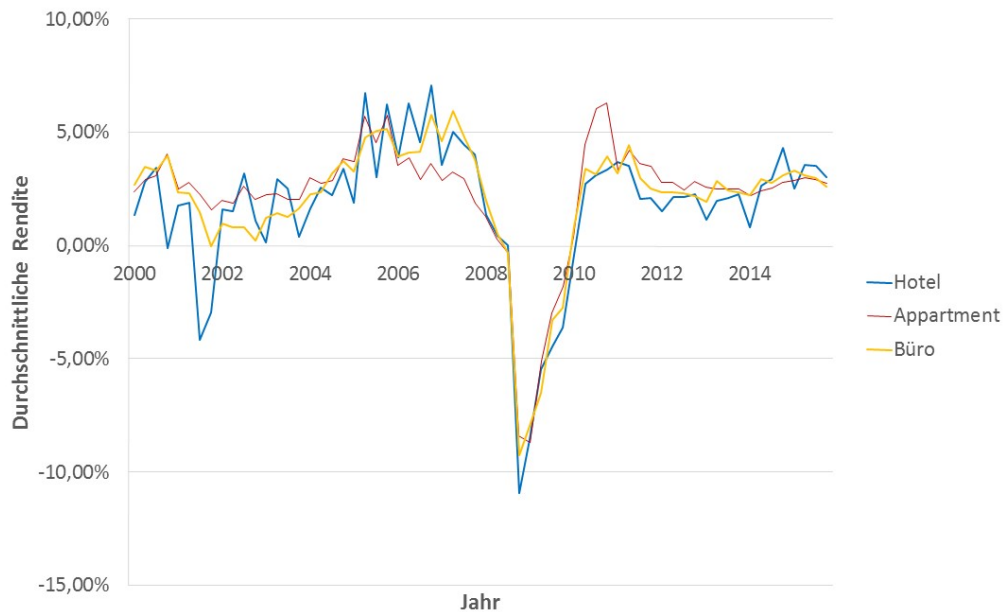


Abbildung 4.1: NCREIF Immobilien-Index von 2000 bis 2015

achten. Der Preisverfall von Immobilien und die damit einhergehende Entwertung der entsprechenden Sicherheitenportfolios offenbarte deutlich eine zu geringe Eigenkapitalunterlegung besicherter Hypothekenkredite durch eine Vielzahl von Banken sowie eine systematische Überbewertung von MBS und CDOs dieses Segments durch eine Vielzahl von Marktteilnehmern.¹⁸⁹ In Abbildung 4.1 ist die durchschnittliche Rendite amerikanischer Immobilien für unterschiedliche Gewerbearten dargestellt.¹⁹⁰ Anhand der dargestellten Entwicklung wird einerseits das Ausmaß des starken Preiseinbruchs zwischen 2007 und 2009 verdeutlicht, andererseits zeigt sich aber auch, dass sowohl vor als auch nach der Krise eine nicht unbedeutende Volatilität für die einzelnen Gewerbearten bestand, was die Existenz systematischer Preisveränderungen nur unterstreicht. Weiter lässt sich erwartungsgemäß eine hohe Korrelation zwischen den Renditeveränderungen der einzelnen Objektarten erkennen.

Aufgrund der bisherigen Verwendung ausschließlich konstanter Verlustquoten blieben diese potentiellen Effekte bewusst unberücksichtigt, um die Ergebnisse der vorgestellten Analysen in Kapitel 3 hinsichtlich der Auswirkungen von Konzentrationsrisiken bei Kreditnehmern eindeutig zu gestalten und ausschließlich auf Effekte abstellen zu können, die aus der Modellierung von Kreditnehmerausfällen resultieren. Gegenstand dieses Kapitels ist daher die Einführung möglicher Modellerweiterungen, die eine Darstellung stochas-

¹⁸⁹Bei beiden aufgeführten forderungsbesicherten Wertpapierarten besteht jeweils der Pool an Forderungen aus besicherten Hypothekenkrediten, sodass der massive Rückgang der Immobilienwerte zu deutlich geringeren Recovery-Zahlungen und damit zur Fehlbewertung der Produkte führte.

¹⁹⁰Die verwendeten Daten sind auf der Homepage des NCREIF frei verfügbar.

tischer Sicherheitenwerte unter Berücksichtigung aller relevanten systematischen sowie unsystematischen Risikotreiber erlauben. Abschließend sollen mit Hilfe dieser Ansätze die potentiellen Auswirkungen bei Existenz von Sicherheitenkonzentrationen gemessen werden. Konkret sollen hierbei die folgenden offenen Punkte beantwortet werden:

- Wie lassen sich die bisher verwendeten Faktor-Modelle erweitern, um stochastische Sicherheitenwerte zu berücksichtigen? Welche relevanten empirischen Effekte sind grundsätzlich in die Modellierung zu integrieren?
- Welche Auswirkungen haben stochastische Sicherheiten, insbesondere bei Auftreten von Sicherheitenkonzentrationen, auf das Kreditrisiko eines Portfolios? Treten hierbei signifikante Unterschiede zwischen den Modellansätzen auf?
- Lassen sich analytische Verfahren zur Risikomessung finden, die eine erheblich schnellere Berechnung erlauben?

Hierzu werden zunächst die bestehenden aufsichtsrechtlichen Anforderungen zur Berücksichtigung von Sicherheiten skizziert. Im Anschluss wird der aktuelle Stand der Wissenschaft zum Thema Sicherheitenmodellierung sowie aufgrund der inhaltlichen Verbundenheit auch grundsätzlich das Thema LGD-Modellierung vorgestellt. Verschiedene empirische Effekte lassen sich hierbei identifizieren, die als Bestätigung der Relevanz von Sicherheitenkonzentrationen angesehen werden können und daher im Rahmen einer Modellierung zu berücksichtigen sind. Weiter lassen sich, soviel sei bereits vorweggenommen, vergleichsweise einfache Modellansätze finden, auf deren Basis die folgenden Untersuchungen durchgeführt werden können. Je untersuchter Konzentrationsart wird auch mindestens ein analytischer Ansatz präsentiert, der jeweils approximativ zu guten Ergebnissen führt und daher als sinnvolle Alternative zu Monte-Carlo-Simulationen erachtet werden kann. Aufgrund gewisser einschränkender Annahmen erweisen sich jedoch diese Verfahren als weniger flexibel im Falle von Modellanpassungen.

Im Basel II-Regelwerk lassen sich genaue Vorgaben darüber finden, in welcher Form und in welchem Umfang Sicherheiten von einer Bank zur Minderung von Kreditrisiken und damit einhergehend zur Reduzierung der Mindestkapitalanforderungen anerkannt werden dürfen.¹⁹¹ Diese Vorgaben haben aktuell noch volle Gültigkeit. Auch wenn in Abhängigkeit von dem gewählten Ansatz zur Ermittlung der Mindestkapitalanforderungen gemäß Säule I Unterschiede hinsichtlich der jeweiligen methodischen Vorgehensweise bestehen, lässt sich jedoch die grundsätzliche Wirkungsweise bei Berücksichtigung von Sicherheiten anschaulich skizzieren. Bei Verwendung des KSA führt die Anrechnung von Sicherheiten zu geringeren Risikogewichten, da entweder die Gewichte des Schuldners durch die

¹⁹¹Vgl. BCBS (2006a), Tz. 109 bis 210 und 286 bis 307.

der Sicherheit bzw. des Sicherungsgebers ersetzt werden dürfen oder im Falle der Vergabe von immobilienbesicherten Krediten spezielle Gewichte für diesen Geschäftstyp verwendet werden können. Für finanzielle Sicherheiten besteht alternativ auch die Möglichkeit statt des Risikogewichts den ausfallbedrohten Forderungsbetrag zu mindern.¹⁹² Im Rahmen der IRB-Ansätze gilt bei der Anrechnung von finanziellen sowie sonstigen Sachsicherheiten, dass hierdurch eine Verringerung des Risikoparameters LGD erzielt werden kann. Für Personensicherheiten besteht hingegen die Möglichkeit sowohl die PD als auch den LGD zu reduzieren. Hierdurch kommt zum Ausdruck, dass aus Sicht einer Bank nur dann ein Verlust entsteht, wenn sowohl der Kreditnehmer als auch der Garantiegeber gleichzeitig ausfallen.¹⁹³ Ein Vorteil der IRB-Ansätze besteht außerdem im Vergleich zum KSA in der höheren Anzahl an anrechenbarer Sicherheitenarten.¹⁹⁴

Grundsätzlich gilt somit, dass Sicherheiten auf Einzelengagement-Ebene im Rahmen der Ermittlung der Eigenkapitalanforderungen risikomindernd eingehen. Sowohl der Wert der Sicherheit als auch der hieraus abgeleitete LGD sind deterministische Werte, was, resultierend aus den Überlegungen vorweg, als kritisch zu sehen ist, da mögliche Abhängigkeiten zwischen Sicherheiten vernachlässigt werden. Der Vollständigkeit halber sei aber in diesem Zusammenhang angemerkt, dass zumindest seitens des BCBS zur Berücksichtigung möglicher Marktvolatilitäten die Verwendung von sogenannten Haircuts, d.h. Sicherheitenabschläge auf die erwarteten Sicherheitenerlöse, vorgegeben sind. Darüber hinaus wird unter Säule 2 explizit auch von Sicherheitenkonzentrationen gesprochen, die es zu überwachen gilt.

Um den Stand der Forschung zur Modellierung von Sicherheiten darzulegen, wird im Weiteren erörtert, wie die Besicherung von Krediten bisher in der Risikomodellierung berücksichtigt wurde. Offensichtlich ist die Modellierung von Sicherheitenwerten eng verbunden mit der Modellierung der LGD, da der erlittene Verlust eines Kreditinstituts bei Ausfall eines Kreditnehmers durch die Verwertung von Sicherheiten geringer ausfallen kann als ohne deren Bereitstellung. Auch empirische Studien belegen, dass die Besicherung neben der Seniorität¹⁹⁵ einer der entscheidenden Einflussfaktoren auf die Verteilung

¹⁹²Finanzinstituten stehen bei Berücksichtigung von finanziellen Sicherheiten zwei Ansätze zur Verfügung. In Abhängigkeit des Verfahrens kann entweder das Risikogewicht oder der Forderungsbetrag verringert werden.

¹⁹³Konkret besteht hierbei wiederum für ein Kreditinstitut die Wahl zwischen zwei Ansätzen. Entweder kann das Risiko der besicherten Forderung mittels der Risikoparameter LGD und PD des Garantiegebers, die üblicherweise kleiner als die des Kreditnehmers ausfallen, berechnet werden (Substitutionsansatz) oder alternativ mit einer durch Basel II vorgegebenen Formel, die zur Ermittlung der Eigenkapitalanforderungen die gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeit des Kreditnehmers und des Garantiegebers approximativ berücksichtigt (Double-Default-Ansatz).

¹⁹⁴Vgl. für eine detaillierte Beschreibung der unterschiedlichen Ansätze Heithecker (2007) .

¹⁹⁵Die Seniorität beschreibt die Reihenfolge, mit der die Zahlungsansprüche von Gläubigern bei Insolvenz eines Schuldners bedient werden.

der LGD darstellt.¹⁹⁶ In Altman et al. (2001) ist ein Vergleich gängiger Kreditrisikomodelle zu finden, in der explizit die Berücksichtigung der LGD genauer erläutert ist. Dieser zeigt, dass der LGD üblicherweise entweder als Konstante oder als stochastische, aber von anderen Faktoren unabhängige Zufallsvariable definiert ist. Ein ähnlicher Vergleich in Heithecker/Tschuschke (2015) kommt zu gleichen Ergebnissen, d.h. die grundsätzliche Vorgehensweise zur Abbildung von Verlustquoten ist für die gängigen Risikomodelle in der jüngeren Vergangenheit nicht angepasst worden. Der Ansatz einer stochastischen LGD wird beispielsweise in CreditMetrics verfolgt, in dessen Rahmen der LGD durch eine beta-verteilte Zufallsvariable charakterisiert wird, die von allen anderen im Modell enthaltenen Zufallsvariablen unabhängig vorliegt. Diese Verteilung stellt zwar eine gute Approximation historisch ermittelter Verlustverteilungen dar, jedoch erweist sich insbesondere die genannte Unabhängigkeitsannahme aus zweierlei Gründen als problematisch.¹⁹⁷ Zum einen wird in Frye (2000a), Frye (2003), Gupton et al. (2000), Hu/Perraudin (2002) und Altman et al. (2005) nachgewiesen, dass Recovery-Zahlungen in „Downturn-Phasen“ signifikant geringer als in ökonomisch stabilen Phasen ausfallen, was sich in einer negativen Korrelation zwischen Ausfallraten und Recovery-Zahlungen von Krediten widerspiegelt. Dieser Zusammenhang wird in der Literatur auch als Downturn-Effekt bezeichnet und impliziert eine stochastische Abhängigkeit zwischen der LGD und der PD. Zum anderen werden in der Literatur neben den beschriebenen gesamtökonomischen Downturn-Effekten auch sektorspezifische Effekte identifiziert, die Einfluss auf den LGD nehmen.¹⁹⁸ Letzteres führt zur Notwendigkeit, auch sektorspezifische Abhängigkeiten zwischen den LGDs einzelner Kredite zu berücksichtigen. Für diese beiden der obigen Unabhängigkeitsannahme widersprechenden Sachverhalte soll nun erörtert werden, wie diese bisher in der Literatur Berücksichtigung gefunden haben und welche Fragen dabei noch nicht beantwortet wurden.

Hinsichtlich des Downturn-Effekts wird in Frye (2000b) erstmalig eine Modellierung von Sicherheitenwerten präsentiert, die die oben genannten Korrelationseffekte zwischen Ausfallrate und Recovery-Zahlungen beinhaltet. Frye trifft hierzu die einschränkende Annahme, dass jeder Kredit vollbesichert ist und sich Recovery-Zahlungen vollständig aus den Erlösen der Sicherheiten ergeben. Die Korrelation zwischen Ausfallrate und Recovery-Zahlungen wird konkret über einen Ein-Faktor-Ansatz modelliert, in dem sowohl Sicherheitenwerte als auch Unternehmenswerte mittels desselben systematischen Faktors beschrieben werden. Pykhtin (2003), Schönbucher (2003), Düllmann/Trapp (2004) und Bade et al. (2011) schlagen eine ähnliche Modellierung vor, jedoch treffen alle alternative Verteilungsannahmen bezüglich der Sicherheitenwerte. Da realiter jedoch im Wesentlichen nur

¹⁹⁶ Vgl. Schuermann (2004), Altman/Kishore (1996) und Gupton et al. (2000).

¹⁹⁷ Vgl. Gordy/Jones (2002) und Singh (2003).

¹⁹⁸ Vgl. Acharya et al. (2007).

eine Teilbesicherung von Krediten zu beobachten ist¹⁹⁹, diskutieren Gürtler/Heithecker (2006a) dieses Problem und präsentieren in Gürtler/Heithecker (2006b) eine modelltheoretische Lösung, bei der eine Zerlegung der LGD in eine besicherte und eine unbesicherte Komponente erfolgt. Hierdurch können Recovery-Zahlungen aus Sicherheitenerlösen getrennt von sonstigen Zahlungen modelliert werden. Allerdings gehen auch Gürtler/Heithecker (2006 a,b) von einem einzigen systematischen Faktor aus, mit dem sowohl die Sicherheiten- als auch die sonstigen Unternehmenswerte erklärt werden können. Im Rahmen der Bewertung von CDOs lässt sich erstmalig in Andersen/Sidenius (2005) eine Berücksichtigung des Downturn-Effekts bei Recovery-Zahlungen finden, wobei das Modell erheblich an den Ansatz von Frye angelehnt ist, d.h. die Korrelation von Ausfallrate und Recovery-Zahlungen wird ebenfalls über ein Ein-Faktor-Modell abgebildet. Weitere Modelle lassen sich in Krekel (2008) und Amraoui/Hitier (2008) finden. In beiden Modellen sind Recovery-Zahlungen durch eine deterministische Funktion des systematischen Faktors gegeben. Unsystematische Risiken haben jeweils keinen Einfluss. Ein grundsätzliches Problem der in der Literatur verfügbaren „Downturn-Modelle“ liegt mithin in der fehlenden Berücksichtigung der bereits genannten sektorspezifischen Effekte. So weisen alle diese Modelle die Gemeinsamkeit auf, dass Abhängigkeiten mittels nur eines systematischen Faktors modelliert werden, womit die Abbildung sektorspezifischer Effekte von vornherein ausgeschlossen ist. Die Relevanz der Beschaffenheit eines Sektors für die Höhe von Recovery-Zahlungen wird in der bereits erwähnten empirischen Studie von Acharya et al. (2007) deutlich. Mittels statistischer Hypothesentests wird nachgewiesen, dass der Spezialisierungsgrad, die durchschnittliche Liquidität, die Größe und der Verschuldungsgrad eines Sektors signifikanten Einfluss auf die Höhe von Recovery-Zahlungen haben. Als Erklärungsansatz der beschriebenen sektorspezifischen Abhängigkeit dient der von Shleifer/Vishny (1992) in der Finanztheorie eingeführte „Fire-Sale-Effekt“. Dieser besagt, dass bei erzwungenen Verkäufen von Firmenassets infolge finanzieller Schwierigkeiten häufig nur Preise weit unter dem Marktwert erzielt werden können. Weist ein zu verkaufendes Asset einen sehr speziellen Verwendungszweck auf, kann davon ausgegangen werden, dass die potentielle Käuferschaft aus derselben Branche stammt und daher diese in Krisenzeiten mit hoher Wahrscheinlichkeit ebenfalls finanzielle Schwierigkeiten aufweisen wird. Aufgrund der somit vorherrschenden Illiquidität am Markt fallen die Verkaufserlöse geringer aus. Branchenfremde Investoren, als alternative Käufer, sind tendenziell nur unterhalb des Marktpreises bereit zu kaufen, da sie aufgrund fehlender Branchenkenntnisse einen Informationsnachteil aufweisen und den Zustand des Assets nur schlecht oder nur mit finanziellem Aufwand einschätzen können. Der beschriebene Effekt wurde bereits für verschiedene Branchen nachgewiesen. So zeigen Shleifer/Vishny (1992) das Auftreten des Fire-Sale-Effekts sowohl für Immobilien, wo laut Schätzungen bei erforderlichen Verkäufen ein Verlust von bis zu 25% eintreten kann, als auch für Öltanker, wo ebenfalls in

¹⁹⁹Vgl. hierzu z.B. Franks et al. (2004).

Krisenzeiten massive Verluste eingetreten sind. In Pulvino (2002) lässt sich derselbe Effekt in der Luftfahrtbranche beim Verkauf von Flugzeugen nachweisen. In Campbell et al. (2011) und Andersen/Nielsen (2013) wird ebenfalls für zwangsversteigerte Immobilien der Fire-Sale-Effekt nachgewiesen, wobei der Wertverlust infolge erzwungener Verkäufe in der erstgenannten Untersuchung auf durchschnittlich 27% quantifiziert wird. Wiederum am Beispiel der Luftfahrtbranche wird in Benmelech/Bergman (2011) sogar gezeigt, dass durch den Ausfall einzelner Fluggesellschaften die Werte von Sicherheiten noch bestehender Unternehmen negativ beeinflusst werden. Neben Sachsicherheiten lässt sich der Fire-Sale-Effekt aber auch für finanzielle Sicherheiten nachweisen. So wird in Shleifer/Vishny (2011) am Beispiel der Preisentwicklung von forderungsbesicherten Wertpapieren während der Finanzkrise der negative Einfluss von Fire-Sales dargestellt.²⁰⁰ Anhand der aufgeführten Studien wird deutlich, dass sektorspezifische Einflussfaktoren infolge des Fire-Sale-Effekts auf Recovery-Zahlungen vorliegen, die jedoch bei Verwendung eines Ein-Faktor-Modells ignoriert werden. Daher lässt sich an dieser Stelle folgern, dass die Existenz sektorspezifischer Faktoren als ein Nachweis für die Notwendigkeit der Modellierung mittels eines Multi-Faktor-Modells verstanden werden kann, um die höhere Korrelation zwischen Recovery-Zahlungen von Krediten eines gleichen Sektors als bei unterschiedlichen Sektoren abbilden zu können. Da Recovery-Zahlungen in großem Maße durch Sicherheiten erzeugt werden, lässt dieses Ergebnis, insbesondere mit Blick auf die Studie von Acharya et al. (2007), unmittelbar die Schlussfolgerung zu, dass auch Sicherheiten von Krediten eines gleichen Sektors untereinander stärker korreliert sind. Abhängigkeiten von Sicherheiten innerhalb eines Kreditportfolios wiederum führen unmittelbar zu Konzentrationsrisiken. Interessanterweise lassen sich jedoch hierzu in der Literatur noch fast keine Untersuchungen finden. Einzig in Ebert/Lütkebohmert (2011) und Ebert/Lütkebohmert (2012) wird eine Granularitätsanpassung für den Double-Default-Ansatz aus Basel II hergeleitet, um den Einfluss von Adressenkonzentration bei Verletzung der unendlichen Granularität des Portfolios und gleichzeitiger Berücksichtigung der Besicherung in Form von Garantien zu ermöglichen. Eine Berücksichtigung stochastischer Sicherheitenwerte liefert dieser Ansatz aber nicht, sodass hiermit auch nicht der Einfluss von Sicherheitenkonzentrationen für Sachsicherheiten oder finanzielle Sicherheiten gemessen werden kann. Aus diesem Grund werden zunächst eigene Ansätze aus den vorweg aufgeführten Downturn-Modellen abgeleitet, mittels derer zum Ende des Kapitels sowohl die Auswirkungen bei bestehenden Adressen- als auch Sektorkonzentration tiefergehend analysiert werden.

²⁰⁰Vgl. hierzu außerdem Coval/Stafford (2007) und Albuquerque/Schroth (2015).

4.1.2 Modellerweiterung zur Berücksichtigung stochastischer Sicherheitenwerte

Zur Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte lassen sich verschiedene Ansätze finden, die eine Berücksichtigung bei Verwendung von Faktor-Modellen erlauben. Unterschiede treten hierbei in der jeweils zugrunde gelegten Verteilungsannahme der Wertveränderung auf. Bei den zur Auswahl stehenden Modellen wird sich auf die beschränkt, für die neben der simulativen Berechnung auch jeweils alternativ ein analytischer Berechnungsansatz ableitbar ist. Wie eigene Simulationen gezeigt haben, verstärkt sich bei zusätzlicher Berücksichtigung von modellierten Sicherheitenwerten das Laufzeitproblem von Monte-Carlo-Simulationen extrem, da zur Erzielung stabiler Ergebnisse deutlich mehr Simulationsdurchläufe als bei konstanten LGDs erforderlich sind. Dies verdeutlicht den hohen Nutzen von analytischen Verfahren, selbst bei Auftreten von gewissen Ungenauigkeiten aufgrund von vereinfachenden Annahmen.

Als Grundannahmen, die für alle noch vorgestellten Ansätze gelten sollen, wird zum einen festgelegt, dass Recovery-Zahlungen bei Ausfall eines Kreditnehmers ausschließlich durch den Erlös der Sicherheit erzielt werden. Weitere Zahlungen, die ein Kreditnehmer zur Schuldentilgung ggf. leisten kann, werden somit nicht berücksichtigt. Weiter wird unterstellt, dass jedem Kreditnehmer genau eine Sicherheit zugeordnet wird. Grundsätzlich besteht die Möglichkeit, die getroffenen Grundannahmen abzuändern, um weitere Konstellationen, wie z.B. die Berücksichtigung von Recovery-Zahlungen, die nicht aus Sicherheitenverwertungen generiert werden, oder eine Unterscheidung zwischen unbesicherten, teilbesicherten sowie vollbesicherten Krediten, zu erlauben. Dies würde jedoch u.U. zu einer Vermischung verschiedenster Effekte führen, sodass eine Analyse von Sicherheitenkonzentrationen nicht mehr systematisch durchgeführt werden könnte. Deshalb wird von einer allgemeineren Darstellung abgesehen. Insbesondere würde ein Verzicht auf eine unterstellte Vollbesicherung eines Kredites zu einer Abschwächung der zu untersuchenden Effekte infolge von Sicherheitenkonzentrationen führen. Daher lassen sich die getroffenen Annahmen auch als eine Worst-Case-Betrachtung bzgl. des Einflusses von Sicherheiten auf ein Kreditportfolio verstehen.

Im Weiteren ergibt sich für die getroffenen Annahmen der potentielle Verlust Q_i , den ein Kreditnehmer i bei Ausfall erleiden würde, als

$$Q_i = 1 - C_i, \quad (4.1)$$

wobei C_i den modellierten Sicherheitenwert in Relation zum noch ausstehenden Kreditbetrag beschreibt. Wichtig ist hierbei zu beachten, dass durch Q_i nicht der LGD abgebildet wird, da Q_i unabhängig vom Ausfallereignis des Kreditnehmers modelliert wird und dabei

ausschließlich durch den Wert der Sicherheit bestimmt wird. Der LGD hingegen beschreibt den tatsächlich realisierten Verlust bei Ausfall des Kreditnehmers, daher stehen die beiden Zufallsvariablen in folgender Beziehung²⁰¹

$$E(LGD_i) = E(Q_i | I_{D_i}). \quad (4.2)$$

Nur für den Fall, dass Q_i als unabhängige Zufallsvariable modelliert wird, entsprechen sich die Erwartungswerte von LGD_i und Q_i , da in diesem Fall gilt²⁰²

$$E(Q_i | I_{D_i}) = E(L_i | I_{D_i}) = \frac{E(L_i)}{PD_i} = \frac{E(Q_i)E(I_{D_i})}{PD_i} = E(Q_i). \quad (4.3)$$

Aufgrund des vorgestellten Downturn-Effekts ist jedoch von einer Abhängigkeit auszugehen, sodass keine Gleichheit der Erwartungswerte gegeben ist. Im Rahmen einer Modellkalibrierung ist daher eine Differenzierung zwischen diesen Größen zu beachten. Falls historisch realisierte LGDs zur Kalibrierung verwendet werden, müssen hieraus zusätzlich die notwendigen Verteilungsparameter für Q_i abgeleitet werden. Werden hingegen bspw. mittels historischer Marktdaten unmittelbar die Verteilungsparameter der Sicherheit ermittelt, sind keine weiteren Anpassungen notwendig. In Bade et al. (2011) wird hierzu eine Schätzmethodik vorgestellt, um mögliche Ungenauigkeiten aufgrund des beschriebenen Sachverhalts zu vermeiden.

Weiter hat das Auftreten der unterstellten Abhängigkeit der Zufallsvariablen Q_i zur Folge, dass die in den Kapiteln 2 und 3 vorgestellten Modellansätze das Kreditrisiko nicht adäquat abbilden, da in diesen grundsätzlich der LGD als Konstante genutzt wurde. Zur Berücksichtigung möglicher risikoerhöhender Effekte ist daher die Modellierung des relativen Sicherheitenwertes C_i innerhalb des Kreditrisikomodells erforderlich. Zur möglichen Darstellung von C_i werden drei Ansätze vorgestellt, die für alle folgenden Untersuchungen des Kapitels verwendet werden.

Ansatz I:

In Anlehnung an Frye (2000b) wird im ersten Ansatz der Sicherheitenwert als normalverteilte Zufallsvariable geschrieben als

$$C_i = \mu_i^C + \sigma_i^C \cdot s_i^C, \quad (4.4)$$

mit μ_i^C = Erwartungswert des Werts der Sicherheit,

und σ_i^C = Standardabweichung des Werts der Sicherheit.

²⁰¹ Dieser Zusammenhang gilt nur aufgrund der Annahme, dass ausschließlich die vorhandene Sicherheit zur Deckung der Ausfallsumme genutzt wird.

²⁰² Hierbei wird die Eigenschaft genutzt, dass die bedingte Wahrscheinlichkeit definiert ist als: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, wobei A und B zwei beliebige unsichere Ereignisse darstellen.

Die standardnormalverteilte Wertentwicklung der Sicherheit s_i^C ergibt sich bei Verwendung eines Multi-Faktor-Modells als²⁰³

$$s_i^C = \sqrt{\varphi_i} \cdot X_i + \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i. \quad (4.5)$$

Jeder Sicherheit wird hierbei derselbe systematischer Faktor X_i , wie der des zugehörigen Kreditnehmers, sowie ein unabhängiger unsystematischer Faktor η_i zugeordnet. Hierdurch wird unmittelbar der Downturn-Effekt abgebildet, da eine direkte Abhängigkeit zwischen Kreditnehmer und Sicherheitenwert erzeugt wird und somit eine negative Korrelation zwischen Ausfallraten und der Erlöshöhe bei Sicherheitenverwertung besteht. Gleichzeitig werden aber ebenfalls sektorspezifische Abhängigkeiten zwischen Sicherheiten berücksichtigt, sodass zwischen Sicherheiten desselben Sektors auch eine höhere Korrelation als für Sicherheiten unterschiedlicher Sektoren besteht.²⁰⁴ Grundsätzlich besteht ebenfalls die Möglichkeit, zur Beschreibung der Entwicklung von Sicherheitenwerten eigene systematische Faktoren zu verwenden, um ausschließlich Abhängigkeiten zwischen den Sicherheiten darzustellen. Da jedoch davon ausgegangen wird, dass aufgrund der vorweg beschriebenen empirischen Effekte sowohl der Prozess der Unternehmens- als auch der Sicherheitenrendite maßgeblich durch dieselben sektor-spezifischen Effekte beeinflusst werden, soll auf die beschriebene alternative Darstellung verzichtet werden. Weiter wird die Höhe des systematischen Einflusses beschrieben durch den Intra-Korrelationsparameter φ_i .

Ansatz II:

Im zweiten vorgestellten Ansatz erfolgt wie in Pykhtin (2003) die Bestimmung des Sicherheitenwertes mittels einer Log-Normalverteilung, sodass diese geschrieben werden kann gemäß

$$\hat{C}_i = \exp \left[\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \cdot s_i^{\hat{C}} \right], \quad (4.6)$$

wobei sich die Wertentwicklung analog zum Ansatz I ergibt als

$$s_i^{\hat{C}} = \sqrt{\varphi_i} \cdot X_i + \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i. \quad (4.7)$$

Aufgrund der unterschiedlichen Verteilungsannahmen entsprechen sich folglich auch nicht zwangsläufig die Verteilungsparameter von C und \hat{C} . Um gleiche Erwartungswerte und Varianzen für beide Verteilungen zu erhalten, können jedoch $\hat{\mu}^C$ und $\hat{\sigma}^C$ für gegebene μ^C

²⁰³Der gewählte Modellansatz erlaubt das auftreten negativer Sicherheitenwerte, was inhaltlich nur bedingt sinnvoll ist. Der Umgang mit negativen Werten wird daher am Ende des Abschnitts noch diskutiert, da die Problematik grundsätzlich für alle der präsentierten Modellansätze auftreten kann.

²⁰⁴Entscheidend sind hierbei die gewählten Faktorgewichte, die vorweg jedem Kreditnehmer in Abhängigkeit der Sektorzugehörigkeit zugeordnet werden und aus denen sich im Modell die Korrelationen ableiten lassen.

und σ^C berechnet werden als²⁰⁵

$$\hat{\mu}_i^C = \ln \left((\mu_i^C)^2 \sqrt{\frac{1}{(\sigma_i^C)^2 + (\mu_i^C)^2}} \right), \quad \hat{\sigma}_i^C = \sqrt{\ln \left(\frac{(\sigma_i^C)^2}{(\mu_i^C)^2} + 1 \right)}. \quad (4.8)$$

An dieser Stelle soll näher auf den gewählten Verteilungstyp eingegangen werden. Die Log-Normalverteilung zeichnet sich im Gegensatz zu einer Normalverteilung dadurch aus, dass sie eine Rechtsschiefe aufweist. Somit sind bei diesem Modellierungsansatz der Sicherheitenwerte sehr starke vom Mittelwert abweichende Realisationen fast ausschließlich nach oben, jedoch nur mit geringer Wahrscheinlichkeit, zu erwarten. Kleinere Sicherheitenwerte als der Mittelwert treten hingegen deutlich häufiger auf, jedoch weisen sie tendenziell nur geringfügige Abweichungen auf. Man spricht bei der Log-Normalverteilung auch von einer sogenannten einseitigen „heavy-tailed-Verteilung“.²⁰⁶ Die vorgestellte Eigenschaft der Verteilung hat zwangsläufig Auswirkungen auf die Risikoquantifizierung des zugrundeliegenden Kreditportfolios. Auch wenn aufgrund des im Modell berücksichtigten Downturn-Effekts eine hohe Anzahl von Kreditausfällen einhergeht mit geringen Sicherheitenwerten, so führt die Rechtsschiefe der Verteilung dazu, dass im Rahmen der VaR-Ermittlung der durchschnittliche Sicherheitenwert aller ausgefallener Kreditnehmer weniger stark vom vorgegebenen Erwartungswert abweicht als bei Verwendung einer Normalverteilung (Ansatz I).²⁰⁷ Die Verwendung der in Rede stehenden Verteilung erscheint unter Risikogesichtspunkten durchaus diskussionswürdig, da eine Vielzahl von empirischen Studien belegen, dass die Wertentwicklungen von Assets, insbesondere bei Verlusten, eine heavy-tailed-Verteilung aufweisen können und somit in solch einem Fall starke Ausreißer möglicher Verluste bei einer adäquaten Risikoermittlung zu berücksichtigen sind.²⁰⁸ Es soll an dieser Stelle nicht beurteilt werden, welcher Modellierungsansatz am besten geeignet erscheint, da dies pauschal nicht möglich ist. Vielmehr sollen mittels der noch folgenden Simulationen die resultierenden Unterschiede zwischen den Ansätzen herausgearbeitet werden und hinsichtlich ihrer Relevanz für das Kreditrisiko beurteilt werden. Insbesondere stehen hierbei die Auswirkungen der unterschiedlichen Verteilungseigenschaften bei Auftreten signifikanter Sicherheitenkonzentrationen im Fokus. Wie sich in den Simulationen zeigen wird, besitzt hierbei erwartungsgemäß die tail-Charakteristik einer Verteilung einen hohen Einfluss bzgl. der Risikoentwicklung bei vorhandenen Konzentrationen. Bei praktischer Anwendung der möglichen Ansätze erscheint es daher als eminent wichtig, vorweg zu prüfen, welche Verteilungstypen sich für die vorhandenen Sicherheiten als am geeignetsten erweisen. Durchaus denkbar ist hierbei auch ein Mix verschiedener Verteilungen in Abhängigkeit der einzelnen Sicherheitentypen, da eine Kombination unterschiedlicher

²⁰⁵Vgl. Hibbeln (2010), S. 117.

²⁰⁶Vgl. Embrechts et al. (1997).

²⁰⁷Vgl. hierzu die weiter unten folgenden Simulationsergebnisse.

²⁰⁸Vgl. bspw. Cont (2001), Embrechts et al. (1997) und Mandelbrot (1963).

Verteilungen mittels eines Faktor-Modells problemlos darstellbar ist. Um die angesprochene Rechtsschiefe der Log-Normalverteilung im Rahmen einer bewusst konservativen Modellierung zu berücksichtigen, wird ein dritter Ansatz vorgestellt.

Ansatz III:

Statt die Sicherheit zu modellieren, um hiermit die Verlustquote eines Kreditnehmers abzuleiten, wird nun die Verlustquote unmittelbar bestimmt. Als Verteilung wird, wie in Ansatz II, eine Log-Normalverteilung unterstellt. Der entscheidende Unterschied ist hierbei, dass durch die Rechtsschiefe der Verlustverteilung im Vergleich zu den beiden anderen Ansätzen deutlich höhere Verluste resultieren können. Es gilt somit

$$\hat{Q}_i = \exp \left[\hat{\mu}_i^{LGD} + \hat{\sigma}_i^{LGD} \cdot q_i^{LGD} \right], \quad (4.9)$$

mit Wertentwicklung

$$q_i^{LGD} = -\sqrt{\varphi_i} \cdot X_i + \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i. \quad (4.10)$$

Um eine negative Korrelation zwischen q_i und r_i zu erhalten, geht der systematische Faktor mit umgedrehten Vorzeichen in die Rechnung ein. Da im Ansatz weiterhin gelten soll, dass mögliche Verluste ausschließlich durch Sicherheitenerlöse gemindert werden können, berechnen sich die Verteilungsparameter der Verlustquote in Anlehnung an Ansatz II zu

$$\hat{\mu}_i^{LGD} = \ln \left((1 - \mu_i^C)^2 \sqrt{\frac{1}{(\sigma_i^C)^2 + (1 - \mu_i^C)^2}} \right), \quad \hat{\sigma}_i^{LGD} = \sqrt{\ln \left(\frac{(\sigma_i^C)^2}{(1 - \mu_i^C)^2} + 1 \right)}. \quad (4.11)$$

Eine bisher nur am Rande angesprochene Grundproblematik tritt bei allen drei vorgestellten Ansätzen auf. Da die Normalverteilung beidseitig und die Log-Normalverteilung einseitig unbeschränkt sind, folgt eine Unbeschränktheit auch unmittelbar für die modellierten Sicherheitenwerte und LGDs. Es erscheint intuitiv plausibel, die modellierten Größen auf Werte zwischen 0% und 100% zu beschränken. Diese Vorgehensweise lässt sich auch üblicherweise in der Literatur finden. Kritisch muss jedoch angefügt werden, dass die Datenbasis, auf die sich die empirischen Aussagen stützen, häufig aus Recovery-Zahlungen ausgefallener Anleihen besteht.²⁰⁹ Dass für Anleihen keine Verlustquoten größer 100% resultieren können, ist unstrittig. Bei ausgefallenen Krediten hingegen erscheint die Sachlage eine andere zu sein. Da zwangsläufig für Kreditinstitute Kosten aus der Abwicklung ausgefallener Kreditnehmer entstehen, können diese u.U. die Verwertungserlöse aus Sicherheiten übersteigen und somit zu einer Verlustquote von größer 100% führen. Aus praktischen Gesichtspunkten ist somit bei Anwendung der vorgestellten Ansätze vorweg festzulegen, ob LGDs von größer 100% ausgeschlossen werden können oder im Modell zu berücksichtigen

²⁰⁹Vgl. Altman (2009).

sind. Aber auch aus mathematischer Sicht weist eine pauschale Beschränkung der modellierten einzelvertraglichen Sicherheitenwerte Besonderheiten auf. Zum einen führt eine Beschränkung dazu, dass die Verteilungsfunktion des Sicherheitenwertes bzw. der LGD (einseitig) beschnitten wird und daher der simulierte Erwartungswert nicht mit dem vorgegebenem Erwartungswert übereinstimmen kann. Zum anderen ist für einen der noch vorgestellten analytischen Ansätze eine Beschränkung für die mathematische Herleitung notwendig, wohingegen ein zweiter Ansatz von einer Unbeschränktheit ausgeht.

Aus diesem Grund werden die folgenden Untersuchungen sowohl mit beschränkten als auch unbeschränkten LGDs durchgeführt, um die resultierenden Unterschiede bzgl. des gemessenen Kreditrisikos zu verdeutlichen. Vorab werden aber zunächst verschiedene Berechnungsansätze präsentiert, die eine analytische Ermittlung unter Berücksichtigung stochastischer Sicherheitenwerte ermöglichen. Wie auch bereits in Kapitel 3 verdeutlicht, lassen sich mittels analytischer Verfahren deutliche Zeitersparnisse gegenüber Monte-Carlo-Simulationen erzielen, sodass deren Verwendung grundsätzlich zu präferieren ist. Die im Folgenden präsentierten Ansätze beruhen jedoch auf unterschiedlichen Grundannahmen, sodass deren Verwendung im Rahmen einer Risikoquantifizierung nicht pauschal möglich ist. Eine vorherige Prüfung der Modellannahmen ist vielmehr zwingend erforderlich.

4.2 Analytische Berechnungsverfahren

4.2.1 Ein-Faktor-Ansatz nach Pykhtin/Dev

4.2.1.1 Modellherleitung

Das Modell von Pykhtin/Dev (2002) liefert einen analytischen Berechnungsansatz des VaRs von Kreditrisiken unter Berücksichtigung stochastischer Sicherheitenwerte und des Downturn-Effekts. Als Grundlage für das Modell dient ein klassisches Ein-Faktor-Modell, wobei sowohl die Rendite des Kreditnehmers als auch die Wertentwicklung der Sicherheit durch denselben systematischen Faktor abgebildet werden. Als Verteilungsannahme der Sicherheitenwerte wird eine Normalverteilung unterstellt und entspricht somit dem von Frye (2000a) und Frye (2000b) gewählten Vorgehen. Weiter lässt sich für das Modell eine Granularitätsanpassung bestimmen. In Erweiterung zu Pykhtin/Dev (2002) wird in dieser Arbeit die Herleitung jedoch unter Berücksichtigung stochastischer Sicherheitenwerte durchgeführt, sodass zusätzlich der Einfluss unsystematischer Risiken als Folge von existierenden Sicherheitenkonzentrationen gemessen werden kann.

Die Rendite eines Kreditnehmers ergibt sich im Modell, wie vorweg skizziert, mittels

eines Ein-Faktor-Modells zu

$$r_i = \sqrt{\rho_i} \cdot X + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i. \quad (4.12)$$

Da grundsätzlich unterstellt wird, dass sich jegliche Recovery-Zahlungen eines Kreditnehmers aus der Verwertung einer Sicherheit ergeben, berechnet sich die potentielle Verlustquote eines Kredites als²¹⁰

$$Q_i = 1 - C_i, \quad (4.13)$$

mit

$$C_i = \mu_i^C + \sigma_i^C \cdot s_i^C. \quad (4.14)$$

Eine Beschränkung des Sicherheitenwertes erfolgt nicht, da andernfalls Verteilungseigenschaften verloren gehen, die für die Modellherleitung notwendig sind. Die normalverteilte Wertentwicklung der Sicherheit ergibt sich ebenfalls mittels eines Faktor-Modells zu

$$s_i^C = \sqrt{\varphi_i} \cdot X + \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i. \quad (4.15)$$

Zur Abbildung des Downturn-Effekts wird sowohl für r_i als auch s_i derselbe systematische Faktor genutzt. Durch den gewählten Ansatz lässt sich der Portfolioverlust berechnen als

$$L = \sum_{i=1}^n w_i \cdot Q_i \cdot 1_{D_i} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot (1 - \mu_i^C - \sigma_i^C \cdot s_i^C) 1_{r_i < N^{-1}(PD_i)}. \quad (4.16)$$

Um eine analytische Berechnung von L zu ermöglichen, wird in einem ersten Schritt der Verlust gemäß Gleichung (4.16) als bedingte Funktion des systematischen Faktors X umgeschrieben, sodass gilt

$$L(X) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot Q_i(X) \cdot 1_{D_i}(X) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \left(1 - \hat{\mu}_i^C(X) - \sigma^C \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i\right) \cdot 1_{\epsilon_i < \hat{X}_i^D}, \quad (4.17)$$

mit

$$\hat{\mu}_i^C(X) = \mu_i^C + \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X. \quad (4.18)$$

Hierbei beschreibt $\hat{\mu}_i^C(X)$ den erwarteten Sicherheitenerlös, bedingt auf X . Weiter ergibt \hat{X}_i^D die individuelle Ausfallschranke des Kreditnehmers i , bedingt auf X . Diese ist gegeben

²¹⁰In Pykhtin/Dev (2002) wird statt des Sicherheitenerlöses unmittelbar die Verlustquote modelliert, was aufgrund der Symmetrieeigenschaft der Normalverteilung jedoch im Rahmen der Herleitung keinen Unterschied bedeutet.

als

$$\hat{X}_i^D = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1 - \rho_i}}. \quad (4.19)$$

Im nächsten Schritt lässt sich, basierend auf Gleichung (4.17), der bedingte Verlust ermitteln.²¹¹

$$E[L|X] = \sum_{i=1}^N w_i \cdot (1 - \hat{\mu}_i^C(X)) \cdot p_i(X), \quad (4.20)$$

wobei $p_i(X)$ die bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit gemäß Formel (2.27) beschreibt. Da der bedingte erwartete Verlust, gegeben zu $(1 - \hat{\mu}_i^C)$, eine abnehmende Funktion von X ergibt, gilt unter der Annahme eines unendlich granularen Portfolios wiederum die in Gordy (2003) bewiesene Eigenschaft $\text{VaR}_z(L) = E(L|X = q_{1-z}(X))$. Somit berechnet sich der asymptotische $\text{VaR}_z^\infty(L)$ unter Berücksichtigung eines Downturn-Effekts sowie stochastischer Sicherheitenerlöse als

$$\text{VaR}_z^\infty = \sum_{i=1}^n w_i \cdot (1 - \hat{\mu}_i^C(N^{-1}(1 - z))) \cdot p_i(N^{-1}(1 - z)). \quad (4.21)$$

Weiter kann abschließend mittels (4.20) der erwartete Verlust wie folgt berechnet werden.²¹²

$$\begin{aligned} E[L] &= E[E[L|X]] = \int_{-\infty}^{\infty} n(x) \sum_{i=1}^N w_i \cdot p_i(x) (1 - \mu_i^C - \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot x) dx \\ &= \sum_{i=1}^N w_i \left[(1 - \mu_i^C) \int_{-\infty}^{\infty} n(x) \cdot p_i(x) dx - \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \int_{-\infty}^{\infty} n(x) \cdot p_i(x) \cdot x dx \right] \\ &= \sum_{i=1}^N w_i [(1 - \mu_i^C) \cdot PD_i + \sigma_i^C \cdot \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot n(N^{-1}(PD_i))]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Unter der Annahme eines unendlich granularen Portfolios lassen sich somit für den gegebenen Modellansatz die im Rahmen einer Risikovorsorge erforderlichen Kennzahlen wie VaR, EL und EC analytisch berechnen. Um jedoch zusätzlich eine Berücksichtigung von Adressenkonzentration innerhalb des Modells zu ermöglichen, wird im Folgenden die Herleitung einer Granularitätsanpassung präsentiert.

²¹¹Hierbei wird die Eigenschaft ausgenutzt, dass bedingt über X die Verlustvariable Q und die Ausfallvariable unabhängig voneinander sind.

²¹²Da die Verlustvariable Q und die Ausfallvariable aufgrund der Modellierung mittels desselben systematischen Faktors korreliert sind, lässt sich der erwartete Verlust nicht direkt aus Gleichung (4.16) bestimmen. Stattdessen wird deren bedingte Unabhängigkeit ausgenutzt.

4.2.1.2 Granularitätsanpassung bei Berücksichtigung des Downturn-Effekts

Die Vorgehensweise zur Bestimmung einer Granularitätsanpassung orientiert sich an Pykhtin/Dev (2002), jedoch wird auf die vereinfachende Annahme der beiden Autoren von $\varphi = 0$ verzichtet, d.h. bei der Herleitung wird ein möglicher Downturn-Effekt und die hieraus resultierenden Abhängigkeiten zwischen Sicherheitswert und Ausfallereignis ebenfalls berücksichtigt.

Grundsätzlich soll gelten

$$VaR_z \approx VaR_z^\infty + G. \quad (4.23)$$

Analog zur Herleitung der Granularitätsanpassung bei deterministischen LGDs wird G hierbei berechnet als

$$G = \frac{1}{2} \left[\frac{X \cdot v(X)}{dl(X)/dX} - \frac{dv(X)/dX}{dl(X)/dX} + \frac{v(X) \cdot d^2l(X)/dX^2}{(dl(X)/dX)^2} \right] \Big|_{X=N^{-1}(1-z)} \quad (4.24)$$

Der bedingte Verlust ergibt sich hierbei gemäß (4.20) zu

$$l(X) = E[L|X] = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \left(\mu_i^Q \cdot p_i(X) - \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X \cdot p_i(X) \right), \quad (4.25)$$

wobei vereinfachend der erwartete Verlust zusammen gefasst wird zu $\mu_i^Q = 1 - \mu_i^C$. Somit müssen die Ableitungen des Erwartungswertes sowie der Varianz des bedingten Verlustes bestimmt werden, um die Granularitätsanpassung G berechnen zu können.

Die erforderliche Ableitung des bedingten Verlustes ergibt sich mit Hilfe der Produktregel unmittelbar als

$$\begin{aligned} \frac{dl(X)}{dX} &= \sum_{i=1}^n w_i \left(\mu_i^Q \frac{dp_i(X)}{dX} - \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} \frac{d}{dX} (X \cdot p_i(X)) \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_i \left(-\frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} n(y_i) \cdot \left(\mu_i^Q - \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} X \right) - \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} p_i(X) \right) \Big|_{y_i = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} X}{\sqrt{1-\rho_i}}} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Die zweite Ableitung des bedingten Verlustes berechnet sich als²¹³

²¹³Vgl. Anhang 4.4.1.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 l(X)}{dX^2} = \sum_{i=1}^n w_i & \left(2\sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} n(y_i) \right. \\ & \left. + \left(\sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} X - \mu_i^Q \right) \frac{\rho_i}{1-\rho_i} y_i n(y_i) \right) \Bigg|_{y_i = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} X}{\sqrt{1-\rho_i}}} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Die Varianz des bedingten Verlustes ergibt²¹⁴

$$\begin{aligned} v(X) = \sum_{i=1}^n w_i^2 & \left[\left(2\mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} X - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i X^2 - (\mu_i^Q)^2 \right) p_i(X)^2 \right. \\ & \left. + \left((\mu_i^Q)^2 + (\sigma_i^C)^2 - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i - 2\mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} X + (\sigma_i^C)^2 \varphi_i X^2 \right) p_i(X) \right]. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Die Ableitung der Varianz des bedingten Verlustes berechnet sich zu²¹⁵

$$\begin{aligned} \frac{dv(X)}{dX} = \sum_{i=1}^n w_i^2 & \left[\left((\sigma_i^C)^2 \varphi_i X + \mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} p_i(X) - \mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i X p_i(X) \right) 2p_i(X) \right. \\ & + \left(2 \left(\sigma_i^C \mu_i^Q \sqrt{\varphi_i} X + (\mu_i^Q)^2 p_i(X) - 2\sigma_i^C \mu_i^Q \sqrt{\varphi_i} X p_i(X) + (\sigma_i^C)^2 \varphi_i X^2 p_i(X) \right) \right. \\ & \left. \left. + (\sigma_i^C)^2 \varphi_i - (\sigma_i^C)^2 - (\mu_i^Q)^2 - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i X^2 \right) \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} n(y_i) \right] \Bigg|_{y_i = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} X}{\sqrt{1-\rho_i}}} . \end{aligned} \quad (4.29)$$

Durch Einsetzen der hergeleiteten Formeln (4.25) bis (4.29) in (4.24) kann damit der Berechnungsansatz für die Granularitätsanpassung G bestimmt werden. Es lassen sich somit auch bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte bzw. LGDs mögliche Adressenkonzentrationen und die hieraus resultierenden unsystematischen Risiken im Rahmen des präsentierten analytischen Ansatzes berücksichtigen. Da die Herleitung auf einer Taylorreihenentwicklung beruht, tritt für kleine Portfolios ein zu berücksichtigender Fehlerterm auf. Analog zu den Ergebnissen des Kapitels 3.3.2 gilt erneut, dass der in Rede stehende Fehler mit zunehmender Portfoliogröße äußerst schnell gegen null konvergiert, wie eine noch folgende Simulationsstudie in Kapitel 4.3.2 verdeutlichen wird. Abschließend sei für den Modellansatz gemäß Pykhtin/Dev (2002) angemerkt, dass als einschränkende Modellannahmen die Normalverteilung der Sicherheitenerlöse sowie die Verwendung eines Ein-Faktor-Modells zugrunde liegen. Bei Verletzung der erstgenannte Annahme wird im folgenden Abschnitt ein Ansatz präsentiert, der alternativ eine Log-Normalverteilung unterstellt und damit eine analytische Berechnung bei Vorliegen einer schiefen Verteilung

²¹⁴Vgl. Anhang 4.4.2.

²¹⁵Vgl. Anhang 4.4.2.

der Sicherheitenerlöse erlaubt.²¹⁶

4.2.2 Ein-Faktor-Ansatz nach Pykhtin

Das Modell von Pykhtin (2003) stellt einen alternativen analytischen Berechnungsansatz zur Berücksichtigung des Downturn-Effekts sowie stochastischer Sicherheiten dar und basiert ebenfalls auf einem Ein-Faktor-Modell. Abweichend zum vorherigen Modell, wird jedoch für die Wertentwicklung der Sicherheiten eine Log-Normalverteilung unterstellt. Weiter werden Abhängigkeiten zwischen Kreditnehmer und der Sicherheiten sowohl über den systematischen als auch den unsystematischen Faktor abgebildet. Als Nachteil ist vorab aber bereits anzumerken, dass sich für diesen Ansatz keine Granularitätsanpassung bestimmen lässt, die unter praktischen Gesichtspunkten noch sinnvoll einsetzbar ist. Im Vergleich zu der hergeleiteten Granularitätsanpassung des vorherigen Kapitels, die bereits nur mittels einer sehr komplexen Formel berechnet werden kann, wäre die in diesem Modell resultierende Formel noch deutlich aufwendiger zu ermitteln, weswegen auf eine Herleitung verzichtet wird. Wie sich noch im Rahmen der folgenden Analysen zeigen wird, ist der Einfluss von Adressenkonzentration bei Berücksichtigung stochastischer Sicherheiten äußerst gering, sodass das Fehlen einer Granularitätsanpassung als unkritisch angesehen wird. Bei Verwendung des Modells wird daher analog zum ASRF-Modell eine unendliche Granularität des Portfolios unterstellt.

Wie einleitend skizziert, wird die Rendite eines Kreditnehmers ebenfalls mittels eines Ein-Faktor-Modells dargestellt zu

$$r_i = \sqrt{\rho_i} \cdot X + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \epsilon_i. \quad (4.30)$$

Bei Ausfall eines Kreditnehmers ergibt sich dessen Verlust zu

$$\hat{Q}_i = \max(1 - \hat{C}_i, 0) = [1 - \hat{C}_i]^+. \quad (4.31)$$

\hat{Q}_i ist somit beschränkt zwischen 0% und 100%.

Jeder Sicherheitenwert wird hierbei als log-normalverteilte Zufallsvariable dargestellt zu

$$\hat{C}_i = \exp(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \cdot s_i^{\hat{C}}). \quad (4.32)$$

Die Wertentwicklung $s_i^{\hat{C}}$ wird wiederum als normalverteilte Zufallsvariable angenommen,

²¹⁶Vgl. hierzu die in Kapitel 4.1.2 aufgeführten Eigenschaften der beiden in Rede stehenden Verteilungen.

wobei eine Besonderheit in der Modellierung zu berücksichtigen ist. In Pykhtin (2003) wird die Abhängigkeit zwischen r_i und \hat{C}_i , neben der Verwendung desselben systematischen Faktors, zusätzlich mittels eines gemeinsamen unsystematischen Faktors dargestellt. Hierdurch soll zum Ausdruck kommen, dass grundsätzlich eine hohe Abhängigkeit zwischen einem Kreditnehmer und dessen gestellter Sicherheit besteht und im Falle von finanziellen Schwierigkeiten des Kreditnehmers ebenfalls die Sicherheit aufgrund fehlender finanzieller Mittel für Wartung und Instandsetzung an Wert verliert. Dieser Zusammenhang tritt daher sowohl in Folge von konjunkturellen als auch Kreditnehmer-individuellen Problemen auf. Die Wertentwicklung einer Sicherheit lässt sich unter dieser Annahme schreiben als

$$s_i^{\hat{C}} = \sqrt{\varphi_i} \cdot X + \sqrt{\gamma_i} \cdot \epsilon_i + \sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i} \cdot \eta_i, \quad (4.33)$$

wobei γ_i und φ_i die Gewichtungsfaktoren beider unsystematischer Faktoren darstellen und für die gelten muss $\gamma_i^2 + \varphi_i^2 \leq 1$. Weiter beschreibt η_i den unsystematischen Faktor des Sicherheitenwertes.

Mit den gegebenen Gleichungen ergibt sich der Portfolioverlust als Summe aller Einzelverluste zu

$$L = \sum_i^n w_i \cdot L_i = \sum_i^n w_i \cdot 1_{D_i} \cdot [1 - \hat{C}_i]^+. \quad (4.34)$$

In einem ersten Schritt wird zunächst der erwartete Verlust berechnet. Hierzu wird dieser als Erwartungswert der über $s_i^{\hat{C}}$ bedingten Erwartungswerte hergeleitet, da für gegebenes $s_i^{\hat{C}}$ das Ausfallereignis und \hat{Q}_i unabhängig sind. Daher gilt²¹⁷

$$\begin{aligned} E[L_i] &= E \left\{ E[L_i | s_i^{\hat{C}}] \right\} \\ &= \int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C / \hat{\sigma}_i^C} n(s) \cdot P \left[r_i < N^{-1}(PD_i) | s_i^{\hat{C}} = s \right] [1 - \exp(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \cdot s)] ds. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Zum Lösen des Integral ist vorweg die Bestimmung der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit notwendig. Hierzu wird als erstes die Korrelation zwischen r_i und $s_i^{\hat{C}}$ bestimmt als

$$\rho_i^{rs} = \sqrt{\rho_i} \cdot \sqrt{\varphi_i} + \sqrt{1 - \rho_i} \cdot \gamma_i. \quad (4.36)$$

Damit lässt sich r_i umschreiben

$$r_i = \rho_i^{rs} \cdot s_i^{\hat{C}} + \sqrt{1 - (\rho_i^{rs})^2} \cdot \zeta_i, \quad (4.37)$$

²¹⁷Die obere Integrationsgrenze ergibt sich zu $-\hat{\mu}_i^C / \hat{\sigma}_i^C$, da für größere Werte ein Sicherheitenwert größer eins resultiert und in diesem Fall \hat{Q}_i nach unten auf 0 beschränkt ist.

wobei ζ_i eine unabhängige, standardnormalverteilte Zufallsvariable ist.

Die bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit berechnet sich unmittelbar aus (4.37) nach bekanntem Vorgehen als

$$P \left[r_i < N^{-1} (PD_i) | s_i^{\hat{C}} \right] = N \left[\frac{N^{-1} (PD_i) - \rho_i^{rs} \cdot s_i^{\hat{C}}}{\sqrt{1 - (\rho_i^{rs})^2}} \right]. \quad (4.38)$$

Durch Einsetzen der hergeleiteten bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit in (4.35) lässt sich das Integral lösen, sodass sich der erwartete Verlust ergibt zu²¹⁸

$$\begin{aligned} E[L_i] = & N_2 \left[N^{-1} (PD_i), -\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i}, \rho_i^{rs} \right] \\ & - \exp \left(\hat{\mu}_i^C + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2} \right) \cdot N_2 \left[N^{-1} (PD_i) - \hat{\sigma}_i^C \cdot \rho_i^{rs}, -\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} - \hat{\sigma}_i^C, \rho_i^{rs} \right]. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Es ist bei der Formel zu beachten, dass der erwartete Verlust von keinem der einzelnen Korrelationsparametern ρ_i, γ_i oder φ_i abhängt, sondern ausschließlich von ρ_i^{rs} , das die Korrelation zwischen r_i und $s_i^{\hat{C}}$ beschreibt. Diese Eigenschaft vereinfacht somit die Kalibrierung des Modells mittels Realdaten, da nur ein einziger Korrelationsparameter geschätzt werden muss.

Bevor die Herleitung des VaR-Berechnungsansatzes erfolgt, wird eine weitere wichtige Eigenschaft vorgestellt. Wie bereits in Kapitel 4.1.2. diskutiert, beschreibt die Zufallsvariablen \hat{Q}_i den potentiellen Verlust eines Kreditnehmers, unabhängig davon ob er tatsächlich ausfällt. Daher entspricht dessen Erwartungswert bei vorliegender Korrelation ρ_i^{rs} auch nicht der erwarteten LGD, d.h. $E(\hat{Q}_i | I_{D_i})$, wie im Folgenden gezeigt wird.

Hierzu wird zuerst der Erwartungswert von \hat{Q}_i bestimmt. Dieser lässt sich gemäß der Definition von \hat{Q}_i schreiben als

$$E[\hat{Q}_i] = \int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C / \hat{\sigma}_i^C} n(s) [1 - \exp(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \cdot s)] ds. \quad (4.40)$$

Das Lösen des Integrals liefert den gesuchten Erwartungswert²¹⁹

$$E[\hat{Q}_i] = N \left(-\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} \right) - \exp \left(\hat{\mu}_i^C + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2} \right) \cdot N \left(-\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} - \hat{\sigma}_i^C \right). \quad (4.41)$$

²¹⁸Vgl. den mathematischen Anhang 4.4.3 für eine Herleitung des in Pykhtin (2003) nur skizzierten Beweises.

²¹⁹Vgl. zur Berechnung des Integrals Anhang 4.4.4.

Der erwartete LGD lässt sich, wie vorab gezeigt, unmittelbar bestimmen als

$$E[LGD_i] = E\left[\hat{Q}_i | r_i < N^{-1}(PD_i)\right] = E\left[L_i | r_i < N^{-1}(PD_i)\right] = \frac{E[L_i]}{PD_i}. \quad (4.42)$$

Zur Veranschaulichung, wie stark die Erwartungswerte von Q und LGD voneinander differieren, wird in Abbildung 4.2 ein Vergleich bei zunehmender Korrelation ρ_i^{rs} zwischen $E[\hat{Q}_i]$ und $E[LGD_i]$, für drei unterschiedliche PDs, dargestellt. Dieser verdeutlicht, dass mit zunehmender Korrelation die erwartete LGD deutlich größer ausfällt. Weiter zeigt

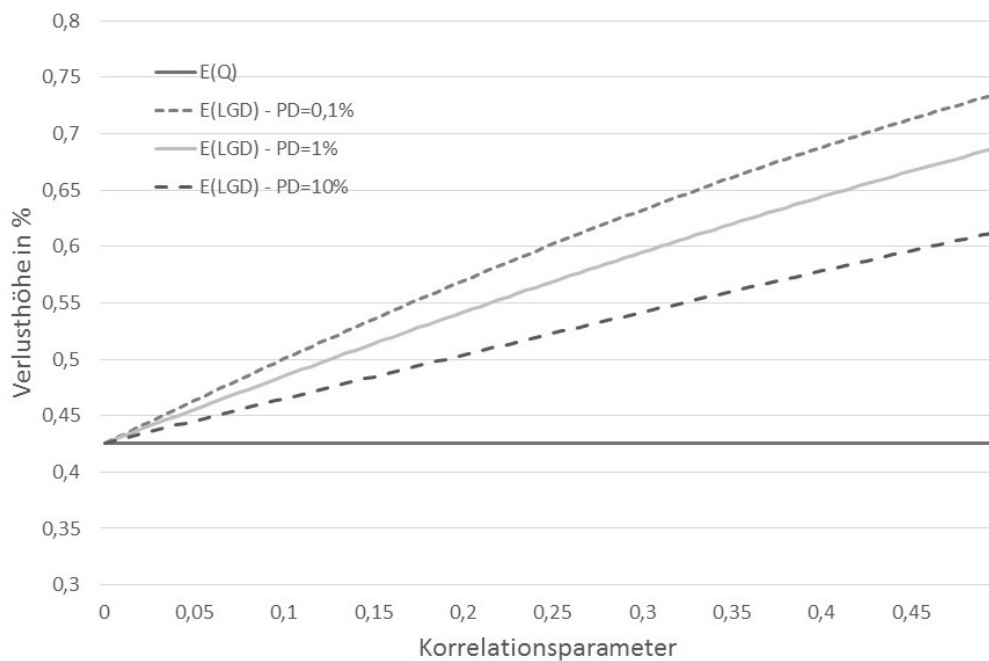


Abbildung 4.2: Vergleich zwischen $E(LGD)$ und $E(Q)$ für unterschiedliche PDs

sich, dass, je kleiner die PD ist, umso größer die Differenz zwischen den beiden Vergleichswerten ausfällt.

Es verbleibt abschließend zu zeigen, wie der asymptotische Verlust und der hieraus abgeleitete VaR berechnet werden kann. Wiederum unter der Annahme eines unendlich granularen Portfolios lässt sich der in Rede stehende Portfolioverlust gemäß Gordy (2003) als bedingter Verlust berechnen, sodass gilt

$$L^\infty = E[L|X] = \sum_i^n w_i \cdot E[L_i|X], \quad (4.43)$$

wobei sich der bedingte Einzelverlust eines Kreditnehmers ergibt zu²²⁰

$$E[L_i|X] = N_2 \left[\bar{Y}_i(X), \bar{p}_i(X), \frac{\sqrt{\gamma_i}}{\sqrt{1-\varphi_i}} \right] - \exp \left[\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2} (1 - \varphi_i) \right] \\ \cdot N_2 \left[\bar{Y}_i(X) - \hat{\sigma}_i^C \cdot \sqrt{\gamma_i}, \bar{p}_i(X) - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{1-\varphi_i}, \frac{\sqrt{\gamma_i}}{\sqrt{1-\varphi_i}} \right], \quad (4.44)$$

mit

$$\bar{Y}_i(X) = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1-\rho_i}},$$

und

$$\bar{p}_i(X) = \frac{-\hat{\mu}_i^C / \hat{\sigma}_i^C - \sqrt{\varphi_i} \cdot X}{\sqrt{1-\varphi_i}}.$$

Diese Formel lässt sich weiter vereinfachen, falls die unsystematischen Faktoren der Kreditnehmer keinen Einfluss auf den Sicherheitswert besitzen, d.h. $\gamma_i=0$. In diesem Fall gilt

$$E[L_i|X] = N[\bar{Y}_i(X)] \\ \cdot \left(N[\bar{p}_i(X)] - \exp \left[\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \sqrt{\varphi_i} X + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2} (1 - \varphi_i) \right] N[\bar{p}_i(X) - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{1-\varphi_i}] \right). \quad (4.45)$$

Somit kann der (asymptotische) VaR eines Portfolios für ein gegebenes Konfidenzniveau z unmittelbar berechnet werden als

$$VaR_z^\infty = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E[L_i|X = N^{-1}(1-z)]. \quad (4.46)$$

Wie bereits einleitend zu diesem Kapitel geschrieben, lässt sich für das Modell keine Granularitätsanpassung herleiten, sodass mögliche Adressenkonzentrationen nicht berücksichtigt werden können. In diesem Fall liefert die Berechnung somit eine untere Schranke des Portfolioverlustes.

Um folgend auch die Risikoauswirkungen bei auftretenden Sektorkonzentrationen von Sicherheiten berücksichtigen zu können, wird ein selbst entwickelter Ansatz präsentiert, der sowohl bei unterstellter Normalverteilung als auch bei unterstellter Log-Normalverteilung

²²⁰Vgl. für die mathematische Herleitung den Anhang 4.4.5. In Pykhtin (2003) lässt sich hierzu nur eine Beweisskizze finden, die nicht im Detail jeden der erforderlichen Schritte beschreibt.

der Sicherheitenerlöse verwendet werden kann.

4.2.3 Analytische Risikoermittlung bei Nutzung von Multi-Faktor-Modellen

Die zuvor präsentierten Modelle wurden jeweils unter der Annahme eines Ein-Faktor-Modells hergeleitet, sodass sektorspezifische Effekte bei diesen unberücksichtigt bleiben. Daher ist zur Messung von Sektorkonzentrationen von Sicherheiten der Übergang zu einem Multi-Faktor-Modell zwingend erforderlich. Die grundlegende Idee des folgenden Berechnungsansatzes ist die Kombination verschiedener, bereits in dieser Arbeit vorgestellter Ansätze, um auf diese Weise approximativ eine Lösung des tatsächlichen Risikos zu generieren. In einem ersten Schritt ist hierzu die Abhängigkeitsstruktur des betrachteten Portfolios, inklusiver der vorhandenen Sicherheiten, mittels der in Kapitel 3.4.3 vorgestellten Multi-Faktor-Anpassung in eine Struktur eines Ein-Faktor-Modell zu transformieren. Basierend auf diesen Parametern kann mit einem der beiden zuvor vorgestellten Ansätze in einem zweiten Schritt der Portfolioverlust berechnet werden. Wie in Kapitel 4.3.3 im Rahmen verschiedener Simulationsstudien noch gezeigt werden wird, lassen sich mittels dieser Vorgehensweise sowohl für homogene als auch heterogene Portfolios und unabhängig von der Wahl der Verlustverteilung gute Näherungslösungen finden. Der mittlere abgeleitete Approximationsfehler liegt hierbei je nach Parametervorgaben zwischen 4% und 9%, was aufgrund der hohen Zeitersparnis gegenüber Monte-Carlo-Simulationen als durchaus akzeptabel angesehen werden kann.

Im Weiteren werden nun die einzelnen erforderlichen Rechenschritte vorgestellt, die zur Risikoermittlung notwendig sind. Da die hierbei zum Einsatz kommenden Verfahren bereits detailliert beschrieben wurden, stehen daher in erster Linie die erforderlichen Anpassungen im Fokus. Als Ausgangssituation dient ein Multi-Faktor-Modell zur Beschreibung der Abhängigkeiten eines Portfolios, sodass sowohl die Unternehmens- als auch die Sicherheitenrendite mittels verschiedener systematischer Faktoren abgebildet werden. Zusätzlich gelten die in Kapitel 4.1.2 getroffenen Annahmen. Zur näherungsweisen Darstellung der Korrelationsstruktur des Portfolios durch eine geeignete Struktur eines Ein-Faktor-Modells sind mittels der Vorgehensweise von Pykhtin in Kapitel 3.4.3 zunächst die einzelnen Korrelationsparameter zu bestimmen. Der Korrelationsparameter eines Kreditnehmers c_i berechnet sich hierbei gemäß Formel (3.32) zu

$$\sqrt{c_i} = \sqrt{\rho_i} \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot b_k, \quad (4.47)$$

mit

ρ_i = Intra-Korrelationsparameter des Kreditnehmers i ,
 b_i = Gewichtungssparameter gemäß Formel (3.80),
 $\alpha_{i,k}$ = Gewichte der systematischen Faktoren.

Analog lässt sich der Korrelationsparameter $\bar{\varphi}_i$ jeder Sicherheit berechnen zu²²¹

$$\sqrt{\bar{\varphi}_i} = \sqrt{\varphi_i} \cdot \sum_{k=1}^S \alpha_{i,k} \cdot b_i. \quad (4.48)$$

Bei der Berechnung ist hierbei der Intra-Korrelationsparameter φ_i der Sicherheit statt ρ_i zu berücksichtigen.

Wie in Düllmann/Masschelein (2007) für konstante LGDs gezeigt wird, besitzt bei Nutzung der transformierten Korrelationsparameter c_i bereits das ASRF-Modell eine hohe Approximationsgüte des tatsächlichen Risikos, das bei Verwendung eines Multi-Faktor-Modells resultiert. Der Verzicht auf die eigentliche Multi-Faktor-Anpassung ΔVaR_z^∞ gemäß Formel (3.14) erweist sich somit als alternativer vereinfachter Lösungsansatz. Analog zur Simulation IV aus Kapitel 3.4.5.2 liegt der durchschnittliche Fehler bei ausschließlicher Nutzung des Parameters c_i in Verbindung mit einem Ein-Faktor-Modell bei 3,3% und ist damit nur geringfügig größer als der ermittelte Fehler (=1,28%) bei Verwendung der vollständigen Multi-Faktor-Anpassung. Es erscheint daher nur plausibel, diese Vorgehensweise für den in diesem Kapitel betrachteten Fall zu übertragen, da eine vollständige Herleitung einer Multi-Faktor-Anpassung unter Berücksichtigung stochastischer und korrelierter Sicherheitenerlöse nicht möglich ist. Statt der Verwendung des ASRF-Modells bietet sich jedoch unmittelbar die Verwendung der beiden vorweg präsentierten Modelle von Pykhtin/Dev (2002) und von Pykhtin (2004) an, um der Abhängigkeitsstruktur eines Kreditportfolios möglichst vollständig Rechnung zu tragen.

Zur Berechnung des Risikos sind somit die in Rede stehenden Modelle aus Kapitel 4.2.1 und 4.2.2, der Ein-Faktor-Ansatz nach Pykhtin/Dev (2002) und der Ein-Faktor-Ansatz von Pykhtin (2004), unter Verwendung der zuvor hergeleiteten Korrelationsparameter anzuwenden. Sofern eine Normalverteilung der Sicherheitenerlöse unterstellt wird, lassen sich gemäß Formel (4.21) und (4.22) die erforderlichen Risikokennzahlen, wie der EL, UL und VaR, bestimmen. Die Korrelationsparameter ρ_i und φ_i sind entsprechend durch c_i gemäß (4.47) und $\bar{\varphi}_i$ gemäß (4.48) zu ersetzen. Wird hingegen von einer Log-Normalverteilung

²²¹ Aufgrund der getroffenen Annahmen, dass Unternehmens- und Sicherheitrendite durch denselben systematischen Faktor abgebildet werden, entsprechen sich ebenfalls die α -Gewichte für c_i und $\bar{\varphi}_i$. Andernfalls ist dies bei der Berechnung zu berücksichtigen. Der Parameter b_i wird ebenfalls für Sicherheiten als Lösung des in Kapitel 3.4.3 vorgestellten Optimierungsproblems bestimmt, da auch unter Berücksichtigung von Sicherheitenstrukturen keine bessere Lösung gefunden werden konnte.

ausgegangen, berechnet sich das Risiko mittels (4.39) und (4.45). Die Korrelationsparameter sind hierbei wiederum durch (4.47) und (4.48) zu ersetzen. Die Besonderheit des Ein-Faktor-Ansatzes von Pykhtin, dass neben Abhängigkeiten der systematischen Faktoren auch Abhängigkeiten zwischen unsystematischen Faktoren von Kreditnehmern und vorhandene Sicherheiten bestehen, lässt sich hierbei auch weiterhin berücksichtigen. Da jedoch solche Abhängigkeitsbeziehungen im alternativen Ansatz von Pykhtin/Dev nicht abgebildet werden können, bleiben diese im Rahmen der noch folgenden Simulationsstudie zur Beurteilung der Güte der vorgestellten Berechnungsansätze außen vor.

An dieser Stelle kann abschließend festgehalten werden, dass die vorgestellte Vorgehensweise einen äußerst einfach zu implementierenden Berechnungsansatz für Kreditrisiken liefert und dabei trotzdem gewährleistet wird, dass komplexe Abhängigkeitsstrukturen innerhalb eines Kreditrisikomodells, unter Berücksichtigung von Sicherheiten, abgebildet werden können. Insbesondere zur Messung von Konzentrationsrisiken stellt dieser Ansatz ein sehr hilfreiches Instrument dar, da zeitaufwendige Simulationen vermieden werden können.

4.3 Messung von Sicherheitenkonzentrationen

4.3.1 Einleitung

Obwohl bereits in den Konsultationspapieren von Basel II explizit Risiken aus Sicherheitenkonzentrationen sowohl unter Säule I als auch Säule II aufgeführt sind, lassen sich in der bestehenden Literatur keine Untersuchungen finden, die das Ausmaß möglicher Risikozunahmen durch die in Rede stehenden Konzentration analysieren.²²² Dies ist umso überraschender, da sowohl für Adressenkonzentrationen als auch für Sektorkonzentrationen deren Relevanz für das Risiko von Kreditportfolios als grundsätzlich existent erscheint. Die erstgenannte Form liegt beispielsweise vor, wenn für jede Sicherheit ein mittlerer Erlös aus der Sicherheitenverwertung angesetzt wird, bei einer geringen Anzahl von Sicherheiten aber durchaus einzelne (nicht-antizipierte) Ausreißer den mittleren Verwertungserlös negativ beeinflussen können. In diesem Fall besitzen unsystematische Risiken der Sicherheitenwerte einen risikoerhöhenden Einfluss auf das Gesamtrisiko eines Kreditportfolios. Dieser Effekt ist z.B. für Spezialfinanzierungen wie der Finanzierung von Immobilien, Schiffen oder Flugzeugen von erheblicher Bedeutung. Da üblicherweise aufgrund der hohen Preise pro finanzierten Objekt das Portfolio eines Spezialfinanzierers aus deutlich weniger Kreditnehmern und damit verbunden weniger Sicherheiten als bei typischen Universalbanken

²²²Vgl. auch Kapitel 4.1.1.

besteht, erhöht dies zwangsläufig die Anfälligkeit gegenüber Risiken aus Adressenkonzentrationen. Darüber hinaus verstärkt der vorgestellte Fire-Sale-Effekt für die in Rede stehenden Objektarten mögliche Risiken aufgrund einer erhöhten Konzentration dieser Objekte als Sicherheiten. Weiter verdeutlichen die Ergebnisse von Acharya et al. (2007), dass Abhängigkeiten zwischen Sicherheiten auf sektorspezifische Faktoren zurückgeführt werden können und somit bei vorhandenen Kreditnehmerkonzentrationen in einzelnen Sektoren deren Sicherheiten das Konzentrationsrisiko noch weiter vergrößern können. Vor diesem Hintergrund soll grundlegend der Einfluss möglicher Sicherheitenkonzentrationen auf das Risiko eines Kreditportfolios geprüft werden. Basierend auf den in 4.1.2 vorgestellten Modellansätzen sollen hierzu sowohl Adressen- als auch Sektorkonzentrationen analysiert und mögliche Unterschiede aufgrund der differierenden Verteilungsannahmen beurteilt werden. Ansteckungsrisiken infolge asymmetrischer Abhängigkeiten dürften für Sachsicherheiten vernachlässigbar sein, da eine positive Korrelation zwischen Sicherheitenwerten, die nicht über systematische Faktoren erklärbar ist, im Wesentlichen auszuschließen ist. Diese Aussage gründet darauf, dass eine unmittelbare Wertbeeinflussung zwischen Sicherheiten, wie beispielsweise Maschinen, Immobilien oder Kraftfahrzeuge; wenig realistisch erscheint. Vielmehr sind für den Wert einer Sicherheit die bereits genannten sektorspezifischen Faktoren entscheidend. Aus diesem Grund bleiben Ansteckungsrisiken im Rahmen der folgenden Analysen von Konzentrationsrisiken in Sicherheitenportfolios weitestgehend unberücksichtigt. Einzig die im Ansatz von Pykhtin (2003) beschriebene Abhängigkeit zwischen Kreditnehmern und deren Sicherheiten mittels desselben unsystematischen Faktors wird im Rahmen der Messung von Adressenkonzentrationen gesondert untersucht. Die Auswirkungen dieser Abhängigkeiten lassen sich durchaus als eine spezielle Form von Ansteckungsrisiken interpretieren.

4.3.2 Simulationsstudie zur Bewertung von Adressenkonzentrationen

Gegenstand der in diesem Kapitel durchgeführten Simulationsstudien ist die Bestimmung des Einflusses sicherheitenspezifischer Effekte, d.h. unsystematischer Effekte, auf das Gesamtrisiko eines Portfolios. Analog der Vorgehensweise aus Kapitel 3.3 werden unter Tolerierung gewisser Ungenauigkeiten die Mindestgrößen für verschiedene homogene Portfolios bestimmt, ab der keine Risikozunahme aufgrund nicht diversifizierter, unsystematischer Risiken auftritt. Im Unterschied zu zuvor resultieren jedoch aus der Berücksichtigung einer Sicherheit je Kreditnehmer zusätzliche potentielle unsystematische Risiken, deren Ausmaß je nach abgebildeter Abhängigkeitsstruktur einen Einfluss noch unbestimmten Ausmaßes besitzt. Zur Messung der relevanten Effekte ist die Nutzung eines Ein-Faktor-Modells ausreichend, sodass sowohl die Wertentwicklung der Kreditnehmer als auch die

der Sicherheiten in diesem Kapitel jeweils mit solch einem Modell dargestellt werden kann. Unterschiedliche Effekte sollen hierbei der Reihe nach auf deren Einfluss hin untersucht werden, sodass die Simulationen für verschiedene Abhängigkeitsstrukturen durchgeführt werden. Begonnen wird hierbei mit dem Fall stochastischer, aber untereinander unkorrelierter Sicherheiten, d.h. für die drei unterschiedlichen Modellierungsansätze der Sicherheiten aus Kapitel 4.1.2 gilt jeweils für alle Kreditnehmer des Portfolios $\varphi_i=0$, sodass ausschließlich die Wertentwicklung durch den unsystematischen Faktor abgebildet wird. Die hierbei simulierten Verluste sind zunächst unbeschränkt. Weiter werden die Parameter aller Sicherheiten wie folgt gewählt:²²³ $\mu_i^C = 60\%$ sowie $\sigma_i^C = 30\%$. Der Korrelationsparameter ρ_i wird gemäß der Basel-Formel berechnet. Die maximale Toleranzgrenze, ab der ein Portfolio als frei von Adressenkonzentration beurteilt wird, liegt bei 5%, d.h. um diesen relativen Wert darf das Risiko des betrachteten Portfolios das Risiko des Vergleichsportfolios, das mit einer Größe von 10000 Krediten als unendlich granular angesehen werden kann, maximal überschreiten. Für 12 unterschiedliche Ratingklassen lassen sich in Tabelle 4.1 je Modellierungsansatz die Mindestgrößen homogener Portfolios finden, falls im Rahmen der Simulation stochastische, aber untereinander unkorrelierte Sicherheiten berücksichtigt werden.²²⁴ Zum Vergleich ist darüber hinaus auch die Portfoliogröße sowie das hierfür resultierende Risiko bei konstanter LGD mit aufgeführt.

Die Ergebnisse lassen keine eindeutige Aussagen bzgl. des Einflusses von Adressenkonzentration zu. Für hohe Ratings (bis BBB) liegen die ermittelten Mindestgrößen unter denen für konstante LGDs, wohingegen sich für schlechtere Ratings diese Konstellation genau dreht und die ermittelten Größen, unabhängig vom Modellierungsansatz der Sicherheit, überwiegend oberhalb der Größen für konstante LGDs liegen. Grundsätzlich gilt weiterhin, dass mit steigender PD die Mindestgrößen rasch kleiner werden. Ein Vergleich der unterschiedlichen Ansätze zeigt, dass die Ansätze I und III zu ähnlichen Ergebnissen führen. Ansatz II weist hingegen durchgängig leicht größere Werte bzgl. der resultierenden Risiken auf. In den durchgeführten Simulationen lag keine Beschränkung der Sicherheitenwerte vor. Da eine zusätzliche Beschränkung dieser Werte zwischen 0% und 100% zu keinen signifikant abweichenden Veränderungen führt, wie Vorabuntersuchungen gezeigt haben, wird auf eine zusätzliche Darstellung dieser Ergebnisse verzichtet. Stattdessen wird in einem nächsten Schritt der Downturn-Effekt im Rahmen der Modellierung berücksichtigt. Hierzu wird der Korrelationsparameter, analog Frye (2000b), gewählt als $\varphi_i=\rho_i$, sodass

²²³Eine Vielzahl empirisch berechneter LGDs liegt im Mittel bei ca. 40% mit einer Standardabweichung von 30%, sodass in Anlehnung hierzu die Parameter der Sicherheiten gewählt wurden. Vgl. bspw. Acharya et al. (2007), Altman (2009). Auch die in Basel II vorgegebenen LGDs weisen eine ähnliche Größenordnung auf.

²²⁴Da das Simulationsverfahren bei Berücksichtigung stochastischer Sicherheiten nur sehr langsam gegen eine hinreichend stabile Schätzung konvergiert, wurden je Simulation 10 Millionen Wiederholungen durchgeführt. Weiter wurden bei Bestimmung der Mindestportfoliogrößen die Anzahl der Kreditnehmer schrittweise um je 5 vergrößert, sodass eine leichte Ungenauigkeit bei Ermittlung der Mindestportfoliogrößen resultiert.

Tabelle 4.1: Mindestgröße homogener Portfolios zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte

Rating	LGD=40%		Ansatz I		Ansatz II		Ansatz III	
	Kredite	VaR	Kredite	VaR	Kredite	VaR	Kredite	VaR
AAA/AA-	1980	0,55%	1790	0,59%	1700	0,61%	1790	0,59%
A-/A+	1457	0,82%	1180	0,88%	1100	0,92%	1180	0,88%
BBB+	448	3,00%	420	3,20%	370	3,39%	445	3,19%
BBB	442	3,11%	410	3,31%	350	3,51%	400	3,32%
BBB-	367	3,73%	400	3,96%	350	4,10%	400	3,97%
BB+	317	4,48%	350	4,79%	285	5,04%	350	4,81%
BB	250	5,99%	320	6,32%	260	6,75%	320	6,34%
BB-	220	7,56%	280	8,04%	220	8,50%	280	8,05%
B+	195	9,25%	280	9,81%	215	10,44%	280	9,83%
B	135	15,55%	200	16,46%	150	17,51%	200	16,49%
B-	107	19,07%	190	20,12%	160	21,34%	190	20,16%
CCC bis C	58	29,14%	160	30,80%	120	32,67%	160	30,85%

Sicherheitenwerte sowohl untereinander als auch mit der Wertentwicklung des Kreditnehmers korreliert sind.²²⁵ Die modellierten Verluste sind weiterhin unbeschränkt. In Tabelle 4.2 sind die hierfür resultierenden Ergebnisse dargestellt. Im Vergleich zu unkorrelierten Sicherheiten fällt unmittelbar der starke Risikoanstieg auf, der sich für alle Ratingklassen und unabhängig vom verwendeten Modellansatz einstellt. Hierbei kommt insbesondere für Ansatz III die Rechtsschiefe der Verlustverteilung zum Tragen, sodass sich für diesen Ansatz im Vergleich die größten Risiken messen lassen. Genau gegensätzlich wirkt die Rechtsschiefe der Verteilung der Sicherheitenentwicklung (Ansatz II). Für diesen lassen sich die geringsten Risikoanstiege messen. Trotz der durchaus unterschiedlichen Risikowerte je Ansatz weichen die ermittelten Mindestportfoliogrößen nur geringfügig voneinander ab. Jedoch liegen diese deutlich unterhalb der Werte für konstante LGDs. Dieser Rückgang ist damit erklärbar, dass aufgrund der Berücksichtigung eines Downturn-Effekts das Gesamtrisiko jedes Portfolios angestiegen ist. Hierbei handelt es sich jedoch ausschließlich um eine Erhöhung des systematischen Risikos infolge veränderter Abhängigkeitsstrukturen innerhalb der Portfolios. Unsystematische Risiken aufgrund von Adressenkonzentration sind hiervon unbetroffen und nehmen daher relativ gegenüber dem Gesamtrisiko jedes Portfolios vom Ausmaß her ab. Bei vorgegebener Fehlertoleranz von 5% lassen sich daher folglich die Mindestportfoliogrößen weiter reduzieren, um auf diese Weise das unsystematische Risiko wiederum auf den tolerierten Anteil innerhalb eines Portfolios zu erhöhen.

Aufbauend auf den Ergebnissen der vorgestellten Simulation wird folgend die Güte der

²²⁵ Auch in Pykhtin (2003) und Pykhtin/Dev (2002) weist der Korrelationsparameter eine ähnliche Größe auf.

Tabelle 4.2: Mindestgröße homogener Portfolios zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte und Berücksichtigung eines Downturn-Effekts

Rating	LGD=40%		Ansatz I		Ansatz II		Ansatz III	
	Kredite	VaR	Kredite	VaR	Kredite	VaR	Kredite	VaR
AAA/AA-	1980	0,55%	1110	1,20%	1100	1,05%	1110	1,53%
A-/A+	1457	0,82%	860	1,80%	860	1,53%	865	2,26%
BBB+	448	3,00%	290	6,70%	290	5,65%	290	8,08%
BBB	442	3,11%	270	6,92%	280	5,79%	280	8,29%
BBB-	367	3,73%	240	8,26%	245	6,98%	240	9,73%
BB+	317	4,48%	230	9,73%	230	8,24%	230	11,64%
BB	250	5,99%	165	12,81%	165	11,00%	165	14,80%
BB-	220	7,56%	160	15,70%	160	13,33%	160	17,75%
B+	195	9,25%	145	18,34%	145	16,01%	155	20,74%
B	135	15,55%	90	29,97%	90	26,45%	105	33,05%
B-	107	19,07%	80	36,49%	85	32,37%	95	40,14%
CCC bis C	58	29,14%	50	55,40%	50	49,41%	60	61,43%

Granularitätsanpassung im Modell von Pykhtin/Dev (2002) bestimmt. Hierzu werden die Mindestportfoliogrößen ermittelt, ab der der VaR des Modells (inklusive Granularitätsanpassung) und der tatsächliche VaR gemäß des Ansatzes I übereinstimmen.²²⁶ Die hergeleiteten Größen der 12 homogenen Portfolios sowie die hieraus resultierenden VaRs sind in Tabelle 4.3 aufgelistet. Die verwendeten Parameter entsprechen dabei der vorweg durchgeführten Simulation.

Tabelle 4.3: Mindestportfoliogröße zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Verwendung der Granularitätsanpassung im Modell von Pykhtin/Dev (2002)

Rating	PD	VaR	Kredite
AAA bis AA-	0,03%	1,33%	510
A- bis A+	0,05%	2,00%	310
BBB+	0,32%	7,69%	70
BBB	0,34%	8,29%	55
BBB-	0,46%	10,06%	30
BB+	0,64%	15,85%	14
BB	1,15%	26,51%	7
BB-	1,97%	30,11%	7
B+	3,19%	32,27%	8
B	8,99%	44,8%	8
B-	13,01%	51,3%	8
CCC bis C	30,85%	68,50%	8

²²⁶Da das Modell von Pykhtin/Dev (2002) eine Normalverteilung der Wertentwicklung der Sicherheiten unterstellt, sind die hiermit berechneten Risiken mit den simulierten Risiken, die auf dem Ansatz I basieren, zu vergleichen.

Bemerkenswerterweise ist ein extremer Rückgang der Portfoliogrößen im Vergleich zu den Ergebnissen der vorherigen Simulation um z.T. mehr als 90% zu verzeichnen. Insbesondere für die schlechteren Ratingklassen tritt erst für eine einstellige Kreditanzahl ein signifikanter Fehlerterm im analytischen Berechnungsansatz auf. So hat sich beispielhaft für das Portfolio mit Krediten der Ratingklasse B die Mindestgröße von 90 auf 8 erforderliche Kredite verringert. Wie auch bereits im ASRF-Modell erweist sich die Verwendung der Granularitätsanpassung im Modell von Pykhtin/Dev (2002) als äußerst effektiv und ermöglicht eine sachgerechte Berücksichtigung unsystematischer Risiken infolge von Adressenkonzentrationen. Diese können dabei sowohl von einem Einzelkredit als auch von dessen zugehöriger Sicherheit hervorgerufen werden.

Fortgeführt wird nun die Simulationsstudie zur Bewertung von Adressenkonzentrationen. Hierzu sollen als nächstes die Auswirkungen bei Beschränkung der Verluste zwischen 0% und 100% auf die Risikomessung der drei unterschiedlichen Ansätze verdeutlicht werden. Alle weiteren Parameter werden wie in der ersten Simulation gewählt. In Tabelle 4.4 lassen sich die hierfür resultierenden Ergebnisse finden.

Tabelle 4.4: Mindestgröße homogener Portfolios zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte, beschränkt zwischen 0% und 100%, und Berücksichtigung eines Downturn-Effekts

Rating	LGD=40%		Ansatz I		Ansatz II		Ansatz III	
	Kredite	VaR	Kredite	VaR	Kredite	VaR	Kredite	VaR
AAA/AA-	1980	0,55%	1220	1,17%	1200	1,04%	1220	1,14%
A-/A+	1457	0,82%	880	1,74%	880	1,53%	880	1,69%
BBB+	448	3,00%	300	6,29%	300	5,56%	300	6,12%
BBB	442	3,11%	290	6,58%	290	5,81%	290	6,40%
BBB-	367	3,73%	230	7,75%	230	6,92%	230	8,51%
BB+	317	4,48%	210	9,24%	210	8,21%	210	8,90%
BB	250	5,99%	190	12,13%	190	10,86%	190	11,72%
BB-	220	7,56%	160	14,93%	160	13,45%	160	14,35%
B+	195	9,25%	145	17,70%	150	16,12%	155	16,89%
B	135	15,55%	110	28,68%	110	26,45%	115	27,33%
B-	107	19,07%	85	34,96%	85	32,37%	85	33,30%
CCC bis C	58	29,14%	55	53,50%	50	49,41%	55	50,98%

Die Auswirkungen aufgrund der verwendeten Beschränkung der modellierten Verluste erweisen in erster Linie für die Ansätze I und III als relevant. Zum einen resultieren geringere Risiken, da Verluste auf maximal 100% beschränkt werden, wobei die Ergebnisse für beide Ansätze nun sehr ähnlich ausfallen. Zum anderen werden aufgrund des geringeren

Gesamtrisikos z.T. leicht angestiegene Mindestportfoliogrößen im Vergleich zur vorherigen Simulation ermittelt. Obwohl der Erwartungswert der LGD mit 40% noch verhältnismäßig weit von der Obergrenze entfernt liegt, erweist sich eine Beschränkung aber bereits für beide unterstellten Verteilungen im Rahmen der Risikoquantifizierung als relevant. Die Unterschiede der ermittelten Risiken werden folglich noch stärker zwischen beschränkten und unbeschränkten Verlusten differieren, je näher der Erwartungswert an der Obergrenze oder je größer die Standardabweichung gewählt wird.

Die beschriebenen Auswirkungen, die mittels der Simulationen bestimmt wurden, beziehen sich in erster Linie auf Veränderungen systematischer Risiken infolge variierender Abhängigkeitsstrukturen. Mit Blick auf Adressenkonzentrationen von Sicherheiten und den hieraus resultierenden unsystematischen Risiken kann hingegen bereits festgehalten werden, dass die Berücksichtigung stochastischer Sicherheitenwerte, unabhängig von der Wahl der Modellierungsansätze sowie der gewählten Abhängigkeitsstrukturen, zu keinen nennenswerten unsystematischen Risikozunahmen führt. Tendenziell nimmt dieses in Relation zum Gesamtrisiko sogar ab, worauf die teils deutlich abnehmenden Mindestgrößen hindeuten. Falls überhaupt ein risikoerhöhender Effekt auf das unsystematische Risiko im Rahmen der Simulationen existiert, wird dieser vollständig durch den Anstieg des systematischen Risiko überlagert. Um daher eine Abhängigkeitskonstellation zu erzeugen, bei der sich sowohl die Korrelationen mittels systematischer aber auch unsystematischer Faktoren darstellen lassen, wird der Ansatz von Pykhtin (2003) aufgegriffen. Gemäß Formel (4.33) lassen sich hierbei Abhängigkeiten zwischen Kreditnehmer und dessen Sicherheit über beide in Rede stehenden Faktoren modellieren. Für die folgenden Simulationen wird daher zusätzlich der Parameter γ_i je Kreditnehmer benötigt, um die Höhe der Abhängigkeit mittels des unsystematischen Faktors festzulegen. Analog zu Pykhtin (2003) wird dieser gewählt zu $\gamma_i = \rho_i$. Alle weiteren Parameter werden wie zuvor gewählt, wobei die Verluste zunächst unbeschränkt modelliert werden. In Tabelle 4.5 lassen sich die hiermit berechneten Ergebnisse finden.

Die Ergebnisse verdeutlichen unmittelbar, dass, verglichen mit der Simulation bei ausschließlicher Berücksichtigung des Downturn-Effekts und unbeschränkten Verlusten (Tabelle 4.2), sowohl für alle Ansätze die Risiken z.T. massiv ansteigen, als auch gleichzeitig die Mindestgrößen überwiegend eine leichte Vergrößerung aufweisen. Somit lässt sich in diesem Fall erwartungsgemäß der Risikoanstieg auf einen Anstieg des unsystematischen Risikos zurückführen, da eine reine Erhöhung des systematischen Risikos einhergegangen wäre mit einem Rückgang der Mindestgrößen der Portfolios, wie für die vorherigen Simulationen beobachtet werden konnte. Weiter veranschaulichen die Ergebnisse auch wiederum die Verteilungseigenschaften der drei verwendeten Ansätze. Aufgrund der deutlich gestiegenen Korrelation zwischen Kreditnehmer und Sicherheit wirkt sich für Ansatz III die Rechtsschiefe der Verlustverteilung als ein starker Risikotreiber aus. Insbesondere für

Tabelle 4.5: Mindestgröße homogener Portfolios zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte, Berücksichtigung eines Downturn-Effekts sowie Abhängigkeiten der unsystematischen Faktoren

Rating	LGD=40%		Ansatz I		Ansatz II		Ansatz III	
	Kredite	VaR	Kredite	VaR	Kredite	VaR	Kredite	VaR
AAA/AA-	1980	0,55%	1100	2,23%	1050	1,30%	1150	5,82%
A-/A+	1457	0,82%	1060	3,16%	1060	1,94%	1060	7,77%
BBB+	448	3,00%	320	10,64%	320	6,98%	320	21,10%
BBB	442	3,11%	300	10,93%	300	7,25%	320	21,47%
BBB-	367	3,73%	280	12,85%	290	8,59%	290	24,63%
BB+	317	4,48%	215	15,12%	215	10,34%	215	27,62%
BB	250	5,99%	200	19,36%	200	13,50%	200	32,90%
BB-	220	7,56%	180	23,41%	180	16,71%	200	36,78%
B+	195	9,25%	150	27,21%	150	20,10%	160	40,64%
B	135	15,55%	100	41,32%	100	32,20%	110	53,70%
B-	107	19,07%	90	48,00%	95	38,62%	100	60,15%
CCC bis C	58	29,14%	55	64,99%	55	55,30%	65	74,99%

schlechte Ratings hat sich das Risiko z.T. um mehr als das Dreifache erhöht. Für die beiden anderen Ansätze fällt die Risikozunahmen deutlich moderater aus, wobei für Ansatz I die Zunahme im Vergleich zu Ansatz II immer noch deutlich größer ist. Der Vollständigkeit halber lassen sich in Tabelle 4.6 die Ergebnisse für das gleiche Szenario, jedoch mit beschränkten Verlusten finden.

Hierbei lässt sich ein wiederkehrendes Muster erkennen. Die Beschränkung der Verluste führt zu einem Rückgang des Risikos, was wiederum einen leichten Anstieg der ermittelten Mindestgrößen für einen Teil der Portfolios zur Folge hat. Die Beschränkung wirkt sich jedoch in erster Linie auf Ansatz I und III aus, wobei deren Ergebnisse nun tatsächlich nahezu identisch ausfallen. Bei Verwendung eines Ein-Faktor-Modells und der Annahme beschränkter Verluste besitzt daher die Wahl des verwendeten Modellierungsansatzes von Sicherheit nur eine untergeordnete Rolle. Als Abschlussbemerkung soll jedoch noch auf ein grundsätzliches Problem bei Verwendung dieses Ansatzes verwiesen werden. Ähnlich wie bereit im Kapitel 3.5 zu den Auswirkungen von Ansteckungsrisiken aufgeführt, erscheint es diskutabel, ob eine adäquate empirische Messung der Abhängigkeit zwischen Kreditnehmer und Sicherheit überhaupt möglich ist. Die Problematik liegt hierbei erneut in der hohen Detailtiefe, die bzgl. der Kreditnehmer und deren Sicherheiten erforderlich ist, um eine adäquate Schätzung der unsystematischen Abhängigkeiten zu ermöglichen. Aufgrund der potentiell resultierenden Schätzunsicherheiten kann die Berücksichtigung der in Rede stehenden Abhängigkeiten innerhalb des Modellansatzes als durchaus kritisch gesehen werden.

Tabelle 4.6: Mindestgröße homogener Portfolios zur Vermeidung von Adressenkonzentration bei Modellierung stochastischer Sicherheitenwerte, beschränkt zwischen 0% und 100%, bei Berücksichtigung eines Downturn-Effekts sowie Abhängigkeiten der unsystematischen Faktoren

Rating	Konstante LGD		Ansatz I		Ansatz II		Ansatz III	
	Kredite	VaR	Kredite	VaR	Kredite	VaR	Kredite	VaR
AAA/AA-	1980	0,55%	1100	1,45%	1100	1,30%	1100	1,43%
A-/A+	1457	0,82%	960	2,15%	1010	1,96%	960	2,15%
BBB+	448	3,00%	410	7,95%	350	6,98%	410	7,95%
BBB	442	3,11%	350	8,20%	330	7,25%	350	8,20%
BBB-	367	3,73%	300	9,89%	290	8,59%	300	9,89%
BB+	317	4,48%	290	11,92%	280	10,18%	290	11,92%
BB	250	5,99%	200	15,98%	200	13,50%	200	15,98%
BB-	220	7,56%	170	19,99%	180	16,71%	170	19,99%
B+	195	9,25%	160	24,53%	170	20,10%	160	24,53%
B	135	15,55%	125	38,36%	125	32,20%	125	39,40%
B-	107	19,07%	90	45,65%	90	38,62%	85	46,10%
CCC bis C	58	29,14%	55	62,67%	55	55,30%	55	61,00%

4.3.3 Simulationsstudie zur Bewertung von Sektorkonzentrationen

In den folgenden Untersuchungen soll abschließend analysiert werden, welchen Einfluss Sektorkonzentrationen von Sicherheiten unter Berücksichtigung des Downturn-Effektes sowie des Fire-Sale-Effektes auf das Gesamtrisiko eines Kreditportfolios besitzen. Hierzu werden beispielhaft für verschiedene Szenarien sukzessive die Konzentrationen innerhalb des Portfolios erhöht, um die auftretenden Risikoveränderungen zu messen. Anhand der Ergebnisse sollen weiter die relevanten Risikotreiber identifiziert werden. Zur Berücksichtigung aller erforderlichen sektorspezifischen Einflussfaktoren ist hierbei die Verwendung eines Multi-Faktor-Modells zwingend. Analog zu den vorherigen Simulationen werden die unterschiedlichen Verteilungsannahmen bei Modellierung von Sicherheiten verwendet und hinsichtlich ihrer Auswirkung auf das Risiko beurteilt. Um systematisch die Auswirkungen von Sektorkonzentrationen bei Sicherheiten auswerten und hierbei zwischen möglichen risikoerhöhenden Effekten separieren zu können, werden die folgenden Simulationen auf zwei unterschiedliche Arten durchgeführt. Wie im Rahmen des einleitenden Kapitels 4.1 begründet, wird hierbei zunächst davon ausgegangen, dass für die Renditeentwicklung der Kreditnehmer sowie der zugehörigen Sicherheiten dieselben systematischen Faktoren verwendet werden. Als Problem bzgl. der Interpretierbarkeit der Ergebnisse tritt hierbei jedoch auf, dass nicht klar zwischen risikoerhöhenden Einflüssen infolge des Downturn-Effekts sowie aufgrund Sektor-spezifischer Abhängigkeiten von Sicherheiten getrennt werden kann. Aus diesem Grund werden im Anschluss Simulationen unter leicht veränderten

Bedingungen erfolgen. Konkret werden sowohl für Kreditnehmer als auch für die zugehörigen Sicherheiten jeweils eigene systematische Faktoren modelliert, sodass deutlich genauer zwischen den in Rede stehenden Effekten unterschieden werden kann.

Als Ausgangssituation dient dieselbe Portfoliostruktur wie sie in Kapitel 3.4.5 bereits verwendet wurde. Das genutzte Portfolio besteht also wiederum aus 11 unterschiedlichen Sektoren, deren Inter-Korrelations-Matrix gegeben ist durch Tabelle 3.6. Hieraus lassen sich unmittelbar die Gewichte der systematischen Faktoren ableiten. Wie vorweg skizziert, beschreiben diese Faktoren die systematische Entwicklung der Renditen aller Kreditnehmer und deren Sicherheiten. Die Intra-Korrelation der Kreditnehmer berechnet sich gemäß der abgeleiteten Formel (3.28), wohingegen für Sicherheiten der Parameter φ_i festgesetzt wird auf 0,2, um zunächst einen geringen systematischen Einfluss auf die Sicherheitenwerte abzubilden. Die Parameter der Verteilungen der Sicherheiten werden analog zum vorherigen Kapitel gewählt. Die Ausfallwahrscheinlichkeit wird mit 1% ebenfalls für alle Kreditnehmer gleich gewählt. Um Adressenkonzentration ausschließen zu können, besteht das verwendete Portfolio aus 10000 Krediten mit zunächst homogenen Exposure-Größen. Die Kredite sowie die zugehörigen Sicherheiten sind über alle der 11 Sektoren gleichmäßig verteilt. Um gezielt Sektorkonzentration innerhalb des Portfolios zu erzeugen, werden je Simulation die Sektorgewichte für genau zwei Sektoren innerhalb des Portfolios schrittweise erhöht auf jeweils 25% (Simulation 2), 45% (Simulation 3) und abschließend für einen der beiden Sektoren auf 90% (Simulation 4).²²⁷ Die für diese Vorgaben quantifizierten Risiken sind für alle verwendeten Ansätze in Tabelle 4.7 dargestellt. Hierbei werden sowohl für beschränkte als auch unbeschränkte Verluste die resultierenden Ergebnisse aufgeführt. Als unmittelbares Ergebnis kann festgehalten werden, dass durch die Modellierung der Sicherheitenwerte, unabhängig vom gewählten Ansatz, sich das quantifizierte Risiko gegenüber dem bei konstanten LGDs für beschränkte Verluste nahezu verdoppelt bzw. für unbeschränkte Verluste mehr als verdoppelt hat. Dieser Effekt trat in ähnlichem Ausmaß aber auch bereits in den Analysen des vorherigen Kapitels auf und ist nur im geringen Maß eine Folge der erhöhten Sektorkonzentration der Sicherheiten. Dies verdeutlicht der Vergleich der relativen Risikoanstiege zwischen den einzelnen Simulationen. Hierbei wird ersichtlich, dass der Risikoanstieg bei konstanten LGDs im Vergleich zu beschränkten simulierten LGDs nahezu identisch ausfällt. Somit ist in diesem Fall der Risikoanstieg vollständig den Auswirkungen der erzeugten Sektorkonzentration innerhalb des Kreditportfolios und nicht den Sicherheitenkonzentrationen zuzurechnen. Für unbeschränkte LGDs kann zumindest ein kleiner Anteil des Anstieg den Auswirkungen der erzeugten Sicherheitenkonzentrationen zugerechnet werden, da diese im Vergleich zu konstanten LGDs geringfügig größer ausfallen.

²²⁷ Wie in Kapitel 3.4.5 wird die Konzentration in den Sektoren „IT“ und „Telekommunikationsdienste“ erzeugt. Für Simulation 4 liegt die Konzentration auf dem erstgenannten Sektor.

Tabelle 4.7: Auswirkungen von Sektorkonzentrationsrisiken bei schwacher Abhängigkeit der Sicherheiten

		Portfolio1	Portfolio2	Portfolio3	Portfolio4
beschränkter Verlust	LGD=40%	3,65	3,91	4,70	5,69
	Risikozunahme		7,12%	28,77%	55,89%
	Ansatz 1	6,81	7,37	8,91	10,83
	Risikozunahme		8,22%	30,84%	59,03%
	Ansatz 2	6,15	6,66	8,03	9,73
	Risikozunahme		8,29%	30,57%	58,21%
	Ansatz 3	6,54	7,10	8,60	10,46
	Risikozunahme		8,56%	31,50%	59,94%
	Ansatz 1	7,00	7,68	9,30	11,89
	Risikozunahme		9,71%	32,86%	69,86%
unbeschränkter Verlust	Ansatz 2	6,05	6,60	8,02	9,71
	Risikozunahme		9,09%	32,56%	60,50%
	Ansatz 3	8,08	8,93	10,98	13,2
	Risikozunahme		10,52%	35,89%	63,37%

Um als nächstes bewusst den systematischen Risikoeinfluss von Sicherheiten zu verstärken, wird der Parameter φ für die Sektoren, deren Gewichte schrittweise vergrößert werden, von 0,2 auf 0,8 erhöht. Hierdurch soll für beide Sektoren das Vorhandensein eines starken Fire-Sales-Effekts unterstellt werden. Ansonsten bleibt die Parameterwahl sowie die eigentliche Vorgehensweise wie in der Analyse zuvor. Die hierfür resultierenden Ergebnisse sind in Tabelle 4.8 zu finden. Es lässt sich unmittelbar erkennen, dass durchgehend für alle genutzten Ansätze als Folge der erzeugten Sicherheitenkonzentrationen ein risikoerhöhender Effekt eintritt. Bereits für Simulation II lässt sich jeweils ein Risikoanstieg messen, der deutlich größer als bei konstanten LGDs ausfällt. Für den Fall beschränkter Verluste unterscheiden sich die quantifizierten Risiken nur geringfügig. Wie auch im vorherigen Kapitel, fallen die Ergebnisse zwischen Ansatz I und III nahezu identisch aus, wohingegen für Ansatz II die quantifizierten Risiken aufgrund der Rechtsschiefe der Sicherheitenentwicklung kleiner ausfallen. Durch Verzicht der Verlustbeschränkung ändert sich jedoch die Risikosituation für Ansatz I und III deutlich. Für beide treten nun weitaus höhere Risiken auf. Insbesondere für Ansatz III erweist sich die Rechtsschiefe der Verlustverteilung wiederum als massiver Risikotreiber, sodass mit zunehmender Konzentration das Risiko sich fast verdreifacht. Für Ansatz II ist hingegen keine Veränderung aufgrund unbeschränkter Verluste zu messen.

Anhand der Ergebnisse dieses Kapitels lässt sich daher bereits folgern, dass für einen risikoerhöhenden Effekt infolge von Sicherheitenkonzentrationen eine hohe Ausprägung des Parameters φ vorliegen muss. Andernfalls führt die Berücksichtigung stochastischer Sicherheitenwerte durchaus zu einem größeren Risiko im Vergleich zum Ansatz mit deter-

Tabelle 4.8: Auswirkungen von Sektorkonzentrationsrisiken bei starker Abhängigkeit der Sicherheiten

		Portfolio1	Portfolio2	Portfolio3	Portfolio4
beschränkter Verlust	LGD=40%	3,65	3,91	4,70	5,69
	Risikozunahme	0,00%	7,12%	28,77%	55,89%
	Ansatz 1	7,21	8,66	11,46	14,02
	Risikozunahme	0,00%	20,11%	58,95%	94,45%
	Ansatz 2	6,43	7,53	9,80	12,00
	Risikozunahme	0,00%	17,11%	52,41%	86,63%
	Ansatz 3	6,99	8,57	11,48	14,03
	Risikozunahme	0,00%	22,60%	64,23%	100,72%
	Ansatz 1	7,73	10,00	14,06	17,03
	Risikozunahme	0,00%	29,37%	81,89%	120,31%
	Ansatz 2	6,37	7,46	9,88	11,89
	Risikozunahme	0,00%	17,11%	55,10%	86,66%
unbeschränkter Verlust	Ansatz 3	10,24	15,63	23,86	29,10
	Risikozunahme	0,00%	52,64%	133,01%	184,18%

ministischen LGDs, jedoch lässt sich mittels des Anstiegs von Sektorkonzentration kein risikoerhöhender Effekt aus Sicherheiten erzeugen. Weiter spielt die verwendete Verteilung zur Modellierung von Sicherheitenwerten bzw. Verlusten eine weitaus bedeutsamere Rolle, falls Verluste als unbeschränkt dargestellt werden, da andernfalls die Eigenschaften der verschiedenen Verteilungen nicht zur Geltung kommen und zu sehr ähnliche Ergebnissen führen.

Wie einleitend bereits angemerkt, lässt sich aufgrund der Nutzung derselben systematischen Faktoren für Kreditnehmer und Sicherheit nicht eindeutig zwischen potentiell risikoerhöhenden Effekten infolge von Sektorkonzentrationen unterscheiden. Aus diesem Grund wird der Modellansatz leicht abgeändert und für alle Sicherheiten eigene systematische Faktoren verwendet, sowie zur Beschreibung der Unternehmensrenditen aller Kreditnehmer nur noch ein Ein-Faktor-Modell genutzt. Auf diese Weise können gezielt die Auswirkungen bei ausschließlicher Existenz von Sektorkonzentrationen von Sicherheiten sowie die hierbei möglicherweise risikoverstärkenden Einflüsse durch den Downturn-Effekt gemessen werden. Hierzu wird in einem ersten Schritt die Korrelation zwischen dem systematischen Faktor der Kreditnehmer und den systematischen Faktoren aller Sicherheiten auf 30% festgesetzt und nach demselben Vorgehen, wie in den Simulationen zuvor, das Risiko ermittelt. In einem zweiten Schritt wird die in Rede stehende Korrelation hingegen auf null gesetzt, um die resultierenden Risikoveränderungen bei Verzicht auf einen Downturn-Effekt zu messen. Für beide Analysen werden die Berechnungen für alle Ansätze und denselben Inputparametern wie zuvor durchgeführt. Die hierbei resultierenden Risiken lassen sich in Tabelle 4.9 finden. Bei den Ergebnissen soll unmittelbar auf zwei Tatsachen

Tabelle 4.9: Auswirkungen von Sektorkonzentration bei reduziertem Downturn-Effekt

Korrelation = 30%		Portfolio1	Portfolio2	Portfolio3	Portfolio4	
unbeschränkter Verlust	Verlust	Ansatz 1	7,88	8,52	9,49	10,81
		Risikozunahme		8,12%	20,43%	37,18%
		Ansatz 2	7,59	8,03	8,70	9,79
		Risikozunahme		5,80%	14,62%	28,99%
		Ansatz 3	7,40	8,06	9,14	10,42
		Risikozunahme		8,92%	23,51%	40,81%
	Verlust	Ansatz 1	8,01	8,67	9,98	11,02
		Risikozunahme		8,24%	24,59%	37,58%
		Ansatz 2	7,56	8,12	8,77	9,70
		Risikozunahme		7,41%	16,01%	28,31%
		Ansatz 3	8,27	9,62	11,6	13,24
		Risikozunahme		16,32%	40,27%	60,10%

Korrelation = 0%		Portfolio1	Portfolio2	Portfolio3	Portfolio4	
unbeschränkter Verlust	Verlust	Ansatz 1	6,15	6,61	7,25	8,14
		Risikozunahme		7,48%	17,89%	32,36%
		Ansatz 2	6,25	6,57	7,00	7,86
		Risikozunahme		5,12%	12,00%	25,76%
		Ansatz 3	5,72	6,13	6,72	7,57
		Risikozunahme		7,17%	17,48%	32,34%
	Verlust	Ansatz 1	6,22	6,59	7,22	8,30
		Risikozunahme		5,95%	16,08%	33,44%
		Ansatz 2	6,14	6,41	6,88	7,80
		Risikozunahme		4,40%	12,05%	27,04%
		Ansatz 3	6,12	6,58	7,45	8,71
		Risikozunahme		7,52%	21,73%	42,32%

verwiesen werden. Vergleicht man die ermittelten Risiken, so sind diese unabhängig vom gewählten Ansatz signifikant höher bei Berücksichtigung eines Downturn-Effekts, d.h. bei unterstellter Korrelation zwischen der Wertentwicklung der Kreditnehmer und der zugehörigen Sicherheiten. Die relative Risikozunahme infolge erhöhter Sektorkonzentration fällt hingegen für Ansatz I und II bei beiden durchgeführten Rechnungen jeweils ähnlich aus, insbesondere bei beschränkten Verlusten. Einzig für Ansatz III resultiert sowohl bei beschränkten als auch bei unbeschränkten Verlusten eine erhöhte relative Risikozunahme bei Vorhandensein des Downturn-Effekts. Somit verdeutlichen die Ergebnisse, dass die Auswirkungen von Sektorkonzentrationen nur bei einer rechtsschiefen Verteilung des simulierten Verlustes durch einen vorhandenen Downturn-Effekt verstärkt werden. Für die beiden anderen Ansätze hängen hingegen die Auswirkungen von Sicherheitenkonzentrationen in erster Linie von deren Abhängigkeitsstruktur ab, d.h. der Höhe der Inter- und Intra-Korrelationsparametern. Der Downturn-Effekt spielt hierbei eine nur untergeordnete

Rolle.²²⁸

Als Abschluss dieses Kapitels soll die Approximationsgüte des in Kapitel 4.2.3 vorgestellten analytischen Berechnungsansatzes für ein Multi-Faktor-Modell bestimmt werden. In Anlehnung an das Vorgehen aus Kapitel 3.4.5.2 werden zwei Simulationen durchgeführt, für die jeweils unter gewissen Vorgaben Portfolios generiert werden, um sowohl simulativ als auch analytisch deren resultierende Kreditrisiken unter Berücksichtigung stochastischer Sicherheiten zu berechnen. Die Berechnungen werden jeweils für 100 erzeugte Portfolios durchgeführt, um so die Güte basierend auf dem durchschnittlichen Fehler der analytischen Verfahren abzuleiten. Für beiden Simulationen werden hierzu die folgenden Vorgaben getroffen

- **Simulation I**, das Kreditportfolio wird genau nach den Vorgaben wie Simulation IV in Kap. 3.4.5.2 erzeugt, d.h. alle notwendigen Parameter je Kreditnehmer werden stochastisch gewählt. Die Verteilungsparameter der Sicherheiten werden hingegen einheitlich für das gesamte Portfolio bestimmt. Der Erwartungswert wird hierbei gleichverteilt zwischen 0,2 und 0,8 sowie die Standardabweichung zwischen 0,2 und 0,6 gezogen.
- **Simulation II**, die Vorgaben entsprechen weitestgehend denen der Simulation I, jedoch werden die Verteilungsparameter der Sicherheit nun individuell je Sektor bestimmt. Die Verteilungsannahmen zur Bestimmung der Sicherheitenparameter bleiben jedoch die gleichen.

Um den Einfluss von Adressenkonzentrationen ausschließen zu können, bestehen die Portfolios jeweils aus 10000 Krediten. Die für die beiden durchgeführten Simulationen ermittelten Fehler sind in der Tabelle 4.10 abgebildet. Sowohl der Ansatz bei unterstellter

Tabelle 4.10: Bestimmung der Modellgüte

	Simulation 1	Simulation 2
Ansatz I		
Abs. Fehler(bps)	103	109
Rel. Fehler(%)	8,43	7,44
Ansatz II		
Abs. Fehler(bps)	48	47
Rel. Fehler(%)	4,87	4,30

²²⁸In weiteren durchgeführten Simulationen wurde die Relevanz zusätzlicher Inputparameter, wie die der Verteilungsparameter der Sicherheitenerlöse und der PDs, geprüft. Erwartungsgemäß zeigte sich hierbei, dass sowohl mit steigender Standardabweichung als auch mit steigender PD das Risiko zunimmt. Eine signifikante zusätzliche Risikozunahme infolge von gestiegener Sektorkonzentration tritt wiederum aber nur für Ansatz III auf.

Normalverteilung (Ansatz I) als auch der Ansatz bei unterstellter Log-Normalverteilung (Ansatz II) weisen hierbei, trotz notwendiger vereinfachender Annahmen, einen durchaus geringen durchschnittlichen Fehler auf, wobei überraschenderweise für Ansatz II der Fehler fast halb so klein wie der für Ansatz I ausfällt. Anhand der Ergebnisse können beide vorgestellten analytischen Ansätze bedenkenlos als Alternative zu Monte-Carlo-Simulationen erachtet werden. Insbesondere vor dem Hintergrund der enormen Zeitersparnis, die durch Nutzung des analytischen Ansatzes resultiert, stellen die ermittelten Abweichungen vom tatsächlichen Risiko einen zu vernachlässigen Nachteil dar.

4.4 Anhang zu Kapitel 4

4.4.1 Berechnung der zweiten Ableitung des bedingten erwarteten Verlustes im Modell von Pykhtin/Dev

Z.z.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 l(X)}{dX^2} = \sum_{i=1}^n w_i \left(2\sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} n(y_i) \right. \\ \left. + \left(\sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} X - \mu_i^Q \right) \frac{\rho_i}{1-\rho_i} y_i n(y_i) \right) \Bigg|_{y_i = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} X}{\sqrt{1-\rho_i}}} . \end{aligned} \quad (4.49)$$

Aus (4.26) lässt sich unmittelbar die zweite Ableitung des bedingten Verlustes herleiten. Es gilt

$$\begin{aligned} \frac{d^2 l(X)}{dX^2} &= \sum_{i=1}^n w_i \left(-\frac{\rho_i}{1-\rho_i} n(y_i) y_i \mu_i^Q \right. \\ &\quad + \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} \left(\frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} n(y_i) - \frac{\rho_i}{1-\rho_i} X y_i n(y_i) \right) \\ &\quad \left. + \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} n(y_i) \right) \Bigg|_{y_i = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} X}{\sqrt{1-\rho_i}}} \\ &= \sum_{i=1}^n w_i \left(2\sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} n(y_i) \right. \\ &\quad \left. + \left(\sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} X - \mu_i^Q \right) \frac{\rho}{1-\rho} y_i n(y_i) \right) \Bigg|_{y_i = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} X}{\sqrt{1-\rho_i}}} . \end{aligned} \quad (4.50)$$

4.4.2 Berechnung der bedingten Varianz und deren Ableitung im Modell von Pykhtin/Dev

In Pykhtin/Dev (2002) ist der Portfolioverlust definiert als Summe aller Einzelverluste, wobei die individuelle Verlustquote sowie das Ausfallereignis jeweils als Zufallsvariable abgebildet werden, sodass gilt

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^n w_i \cdot Q_i \cdot 1_{D_i} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot (1 - \mu_i^C - \sigma_i^C \cdot s_i^C) 1_{D_i} \\ &= \sum_{i=1}^n w_i \cdot \left(\mu_i^Q - \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X - \sigma^C \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i \right) \cdot 1_{D_i}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Die bedingte Varianz des Portfolioverlustes lässt sich hiermit schreiben als

$$\begin{aligned} v(X) &= \text{var} \left(\sum_{i=1}^n w_i \cdot Q_i(X) \cdot 1_{D_i}(X) | X \right) \\ &= \text{var} \left(\sum_{i=1}^n w_i \cdot \left(\mu_i^Q - \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X - \sigma^C \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i \right) \cdot 1_{D_i} | X \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_i^2 \cdot \left[E \left(\left[\left(\mu_i^Q - \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X - \sigma^C \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i \right) \cdot 1_{D_i} | X \right]^2 \right) \right. \\ &\quad \left. - \left[E \left(\left(\mu_i^Q - \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X - \sigma^C \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i \right) \cdot 1_{D_i} | X \right) \right]^2 \right] \end{aligned} \quad (4.52)$$

Unter Ausnutzung der bedingten Unabhängigkeit des Ausfallereignisses lässt sich die Formel weiter vereinfachen

$$\begin{aligned} v(X) &= \sum_{i=1}^n w_i^2 \cdot \left[E \left(\left[\left(\mu_i^Q - \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X - \sigma^C \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i \right) | X \right]^2 \right) \cdot E([1_{D_i} | X]^2) \right. \\ &\quad \left. - \left[\left(\mu_i^Q - \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X \right) \cdot p_i(X) \right]^2 \right] \\ &= \sum_{i=1}^n w_i^2 \cdot \left[\left(\left(\mu_i^Q - \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} X \right)^2 + \text{var} \left(-\sigma^C \sqrt{1 - \varphi_i} \cdot \eta_i \right) \right) \cdot p_i(X) \right. \\ &\quad \left. - \left[\left(\mu_i^Q - \sigma_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X \right) \cdot p_i(X) \right]^2 \right] \\ &= \sum_{i=1}^n w_i^2 \cdot \left[\left((\mu_i^Q)^2 + (\sigma_i^C)^2 - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i - 2\mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} X + (\sigma_i^C)^2 \varphi_i X^2 \right) p_i(X) \right. \\ &\quad \left. + \left(2\mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} X - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i X^2 - (\mu_i^Q)^2 \right) p_i(X)^2 \right], \end{aligned} \quad (4.53)$$

mit $\mu_i^Q = 1 - \mu_i^C$.

Die Ableitung der Varianz ergibt sich unter Verwendung der Produkt- und Kettenregel zu

$$\begin{aligned}
\frac{dv(X)}{dX} &= \sum_{i=1}^n w_i^2 \left[\left((\mu_i^Q)^2 + (\sigma_i^C)^2 - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i \right) \frac{dp_i(X)}{dX} \right. \\
&\quad - 2\mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} \left(p_i(X) \cdot \frac{dX}{dX} + X \cdot \frac{dp_i(X)}{dX} \right) \\
&\quad + (\sigma_i^C)^2 \varphi_i \left(p_i \cdot \frac{dX^2}{dX} + X^2 \cdot \frac{dp_i(X)}{dX} \right) \\
&\quad - (\mu_i^Q)^2 \left(\frac{dp_i(X)^2}{dX} \right) \\
&\quad + 2\mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} \left(p_i(X)^2 \cdot \frac{dX}{dX} + X \cdot \frac{dp_i(X)^2}{dX} \right) \\
&\quad \left. - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i \left(p_i(X)^2 \cdot \frac{dX^2}{dX} + X^2 \cdot \frac{dp_i(X)^2}{dX} \right) \right] \Big|_{y_i = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} X}{\sqrt{1-\rho_i}}} \\
&= \sum_{i=1}^n w_i^2 \left[- \left((\mu_i^Q)^2 + (\sigma_i^C)^2 - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i \right) \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} n(y_i) \right. \\
&\quad - 2\mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} \left(p_i(X) - X \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} n(y_i) \right) \\
&\quad + (\sigma_i^C)^2 \varphi_i \left(2X p_i(X) - X^2 \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} n(y_i) \right) \\
&\quad - (\mu_i^Q)^2 \left(-2 \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} p_i(X) n(y_i) \right) \\
&\quad + 2\mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} \left(p_i(X)^2 - 2X \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} p_i(X) n(y_i) \right) \\
&\quad \left. - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i \left(2X p_i(X)^2 - 2X^2 \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} p_i(X) n(y_i) \right) \right] \Big|_{y_i = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} X}{\sqrt{1-\rho_i}}} \\
&= \sum_{i=1}^n w_i^2 \left[\left((\sigma_i^C)^2 \varphi_i X + \mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} p_i(X) - \mu_i^Q \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i} - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i X p_i(X) \right) 2p_i(X) \right. \\
&\quad + \left(2 \left(\sigma_i^C \mu_i^Q \sqrt{\varphi_i} X + (\mu_i^Q)^2 p_i(X) - 2\sigma_i^C \mu_i^Q \sqrt{\varphi_i} X p_i(X) + (\sigma_i^C)^2 \varphi_i X^2 p_i(X) \right) \right. \\
&\quad \left. + (\sigma_i^C)^2 \varphi_i - (\sigma_i^C)^2 - (\mu_i^Q)^2 - (\sigma_i^C)^2 \varphi_i X^2 \right) \frac{\sqrt{\rho_i}}{\sqrt{1-\rho_i}} n(y_i) \Big] \Big|_{y_i = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} X}{\sqrt{1-\rho_i}}} .
\end{aligned} \tag{4.54}$$

4.4.3 Berechnung des erwarteten Verlustes im Pykhtin-Modell

Z.z.

$$\begin{aligned}
 E[L_i] &= N_2 \left[N^{-1}(PD_i), -\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C}, \rho_i^{rs} \right] \\
 &\quad - \exp \left(\hat{\mu}_i^C + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2} \right) \cdot N_2 \left[N^{-1}(PD_i) - \hat{\sigma}_i^C \cdot \rho_i^{rs}, -\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} - \hat{\sigma}_i^C, \rho_i^{rs} \right]. \quad (4.55)
 \end{aligned}$$

Einsetzen der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit (4.38) in Ausgangsgleichung (4.35) ergibt

$$\begin{aligned}
 E[L_i] &= \int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C/\hat{\sigma}_i^C} n(s) \cdot N \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \rho_i^{rs} \cdot s}{\sqrt{1 - (\rho_i^{rs})^2}} \right] \cdot [1 - \exp(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \cdot s)] ds \\
 &= \underbrace{\int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C/\hat{\sigma}_i^C} n(s) \cdot N \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \rho_i^{rs} \cdot s}{\sqrt{1 - (\rho_i^{rs})^2}} \right] ds}_{(I)} \\
 &\quad - \underbrace{\int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C/\hat{\sigma}_i^C} n(s) \cdot N \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \rho_i^{rs} \cdot s}{\sqrt{1 - (\rho_i^{rs})^2}} \right] \cdot \exp(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \cdot s) ds}_{(II)}. \quad (4.56)
 \end{aligned}$$

Gemäß (2.39) gilt

$$(I) = N_2 \left[N^{-1}(PD_i), -\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C}, \rho_i^{rs} \right]. \quad (4.57)$$

(II) lässt sich bei Einsetzen der kumulativen Dichtefunktion schreiben zu

$$(II) = \int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C/\hat{\sigma}_i^C} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}s^2\right) \cdot \exp(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \cdot s) \cdot N \left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \rho_i^{rs} \cdot s}{\sqrt{1 - (\rho_i^{rs})^2}} \right] ds. \quad (4.58)$$

Multiplikation der rechten Seite mit dem Term $\exp\left(\frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2 - (\hat{\sigma}_i^C)^2}{2}\right)$ ergibt

$$\begin{aligned}
 (II) &= \int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C/\hat{\sigma}_i^C} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}s^2 + \hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C s + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2 - (\hat{\sigma}_i^C)^2}{2}\right) ds \\
 &\quad \cdot N\left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \rho_i^{rs}s}{\sqrt{1 - (\rho_i^{rs})^2}}\right] \\
 &= \int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C/\hat{\sigma}_i^C} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\hat{\mu}_i^C + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{1}{2}(s - \hat{\sigma}_i^C)^2\right) N\left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \rho_i^{rs}s}{\sqrt{1 - (\rho_i^{rs})^2}}\right] ds.
 \end{aligned} \tag{4.59}$$

Durch Substitution $t = s - \hat{\sigma}_i^C$ und somit $dt = ds$ gilt

$$\begin{aligned}
 (II) &= \exp\left(\hat{\mu}_i^C + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2}\right) \cdot \int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C/\hat{\sigma}_i^C - \hat{\sigma}_i^C} n(t) \cdot N\left[\frac{N^{-1}(PD_i) - \rho_i^{rs} \cdot (t + \hat{\sigma}_i^C)}{\sqrt{1 - (\rho_i^{rs})^2}}\right] dt \\
 &= \exp\left(\hat{\mu}_i^C + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2}\right) \cdot N_2\left[N^{-1}(PD_i) - \hat{\sigma}_i^C \cdot \rho_i^{rs}, -\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} - \hat{\sigma}_i^C, \rho_i^{rs}\right].
 \end{aligned} \tag{4.60}$$

Damit gilt

$$\begin{aligned}
 E[L_i] &= N_2\left[N^{-1}(PD_i), -\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C}, \rho_i^{rs}\right] \\
 &\quad - \exp\left(\hat{\mu}_i^C + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2}\right) \cdot N_2\left[N^{-1}(PD_i) - \hat{\sigma}_i^C \cdot \rho_i^{rs}, -\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} - \hat{\sigma}_i^C, \rho_i^{rs}\right].
 \end{aligned} \tag{4.61}$$

4.4.4 Berechnung des Erwartungswertes von \hat{Q} im Pykhtin-Modell

Z.z.

$$E[\hat{Q}_i] = N\left(-\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C}\right) - \exp\left(\hat{\mu}_i^C + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2}\right) \cdot N\left(-\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} - \hat{\sigma}_i^C\right). \tag{4.62}$$

Gemäß (4.40) gilt

$$\begin{aligned}
 E[\hat{Q}_i] &= \int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C/\hat{\sigma}_i^C} n(r) [1 - \exp(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C r)] dr \\
 &= N \left[-\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} \right] - \int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C/\hat{\sigma}_i^C} \exp(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C r) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}r^2\right) dr.
 \end{aligned} \tag{4.63}$$

Multiplikation der rechten Seite mit der Term $\exp\left(\frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2 - (\hat{\sigma}_i^C)^2}{2}\right)$ ergibt

$$E[\hat{Q}_i] = N \left[-\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} \right] - \exp\left(\hat{\mu}_i^C + (\hat{\sigma}_i^C)^2/2\right) \int_{-\infty}^{-\hat{\mu}_i^C/\hat{\sigma}_i^C} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}(r - \hat{\sigma}_i^C)^2\right) dr. \tag{4.64}$$

Durch Substitution $t = r - \hat{\sigma}_i^C$ ergibt sich $dt = dr$ und damit

$$E[\hat{Q}_i] = N \left[-\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} \right] - \exp\left(\hat{\mu}_i^C + (\hat{\sigma}_i^C)^2/2\right) N \left[-\frac{\hat{\mu}_i^C}{\hat{\sigma}_i^C} - \hat{\sigma}_i^C \right]. \tag{4.65}$$

4.4.5 Herleitung des bedingten Verlustes im Pykhtin-Modell

Z.z.

$$\begin{aligned}
 E[L_i|X] &= N_2 \left[\bar{Y}_i(X), \bar{p}_i(X), \frac{\sqrt{\gamma_i}}{\sqrt{1-\varphi_i}} \right] - \exp \left[\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2} (1 - \varphi_i) \right] \\
 &\quad \cdot N_2 \left[\bar{Y}_i(X) - \hat{\sigma}_i^C \cdot \sqrt{\gamma_i}, \bar{p}_i(X) - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{1-\varphi_i}, \frac{\sqrt{\gamma_i}}{\sqrt{1-\varphi_i}} \right],
 \end{aligned} \tag{4.66}$$

Der bedingte Verlust eines Kreditnehmers kann geschrieben werden als

$$E[L_i|X] = E \left[1_{\epsilon_i < \bar{Y}(X)} (1 - \exp[\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C s_i(X, \epsilon_i, \eta_i)])^+ | X \right]. \tag{4.67}$$

Da sowohl die Indikatorvariable, die den Ausfall eines Kreditnehmers beschreibt, als auch die Wertentwicklung der Sicherheit, hier als Funktion $s_i(X, \epsilon_i, \eta_i)$ gemäß Gleichung (4.33) dargestellt, von der Zufallsvariable ϵ_i abhängen, lassen sich beide Terme nicht unabhängig voneinander bestimmen. Aus diesem Grund wird zusätzlich der innere Term als Erwartungswert bedingt über η_i geschrieben, um hierdurch eine bedingte Unabhängigkeit zu

erhalten.²²⁹ Somit gilt

$$E[L_i|X] = E\left[1_{\epsilon_i < \bar{Y}(X)} E\left[\left(1 - \exp\left[\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C s_i(X, \epsilon_i, \eta_i)\right]\right)^+ | X, \epsilon_i\right] | X\right], \quad (4.68)$$

mit Ausfallschwelle $\bar{Y}(X) = \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1 - \rho_i}}$. Der innere bedingte Erwartungswert lässt sich nun schreiben als

$$\begin{aligned} E[\hat{Q}_i | X, \epsilon_i] &= \int_{-\infty}^{\bar{\eta}(X, \epsilon_i)} n(\eta) \left(1 - \exp\left[\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C s_i(X, \epsilon_i, \eta_i)\right]\right) d\eta \\ &= N[\bar{\eta}(X, \epsilon_i)] - \int_{-\infty}^{\bar{\eta}(X, \epsilon_i)} \exp\left(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \left(\sqrt{\varphi_i} X + \sqrt{\gamma_i} \epsilon_i + \sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i} \eta\right)\right) \\ &\quad \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \eta^2\right) d\eta, \end{aligned} \quad (4.69)$$

wobei die obere Integrationsgrenze gegeben ist durch

$$\bar{\eta}(X, \epsilon_i) = \frac{-\hat{\mu}_i^C / \hat{\sigma}_i^C - \sqrt{\varphi_i} X - \sqrt{\gamma_i} \epsilon_i}{\sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i}}. \quad (4.70)$$

Multiplikation der rechten Seite mit dem Term $\exp\left((\hat{\sigma}_i^C)^2 \frac{(1 - \varphi_i - \gamma_i) - (1 - \varphi_i - \gamma_i)}{2}\right)$ ergibt weiter

$$\begin{aligned} E[\hat{Q}_i | X, \epsilon_i] &= N[\bar{\eta}(X, \epsilon_i)] - \exp\left(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C (\sqrt{\varphi_i} X + \sqrt{\gamma_i} \epsilon_i) + (\hat{\sigma}_i^C)^2 \frac{1 - \varphi_i - \gamma_i}{2}\right) \\ &\quad \cdot \int_{-\infty}^{\bar{\eta}(X, \epsilon_i)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\eta - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i}\right)^2\right) d\eta. \end{aligned} \quad (4.71)$$

Durch Substitution $t = \eta - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i}$ ergibt sich $dt = d\eta$ und damit

$$\begin{aligned} E[\hat{Q}_i | X, \epsilon_i] &= N[\bar{\eta}(X, \epsilon_i)] - \exp\left[\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C (\sqrt{\varphi_i} X + \sqrt{\gamma_i} \epsilon_i) + (\hat{\sigma}_i^C)^2 (1 - \varphi_i - \gamma_i) / 2\right] \\ &\quad \cdot N\left[\bar{\eta}(X, \epsilon_i) - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i}\right]. \end{aligned} \quad (4.72)$$

Das Einsetzen des Zwischenergebnisses (4.72) in (4.68) ermöglicht nun die Berechnung

²²⁹Vgl. Gordy (2003).

des bedingten Verlustes. Es ergibt sich hiermit

$$\begin{aligned}
 E[L_i|X] &= \int_{-\infty}^{\bar{Y}(X)} n(\epsilon) N \underbrace{[\bar{\eta}(X, \epsilon)]}_{(*)} d\epsilon \\
 &\quad - \int_{-\infty}^{\bar{Y}(X)} n(\epsilon) N \left[\bar{\eta}(X, \epsilon) - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i} \right] \\
 &\quad \cdot \underbrace{\exp \left[\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C (\sqrt{\varphi_i} X + \sqrt{\gamma_i} \epsilon) + (\hat{\sigma}_i^C)^2 (1 - \varphi_i - \gamma_i) / 2 \right]}_{(**)} d\epsilon,
 \end{aligned} \tag{4.73}$$

mit oberer Integrationsgrenze

$$\bar{Y}_i(X) = \frac{N^{-1} (PD_i) - \sqrt{\rho_i} \cdot X}{\sqrt{1 - \rho_i}}. \tag{4.74}$$

Zur Lösung des ersten Integrals auf der rechten Seite ist zunächst eine Umformung von (*) notwendig. Hierzu werden in einem ersten Schritt der Nenner und Zähler des Bruchs erweitert mit $\sqrt{1 - \varphi_i}$, sodass gilt

$$\begin{aligned}
 (*) &= \frac{-\hat{\mu}_i^C / \hat{\sigma}_i^C - \sqrt{\varphi_i} X - \sqrt{\gamma_i} \epsilon_i}{\sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \varphi_i}}{\sqrt{1 - \varphi_i}} \\
 &= \left(\frac{-\hat{\mu}_i^C / \hat{\sigma}_i^C - \sqrt{\varphi_i} X}{\sqrt{1 - \varphi_i}} - \frac{\sqrt{\gamma_i} \epsilon_i}{\sqrt{1 - \varphi_i}} \right) \frac{\sqrt{1 - \varphi_i}}{\sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i}} \\
 &= \frac{\frac{-\hat{\mu}_i^C / \hat{\sigma}_i^C - \sqrt{\varphi_i} X}{\sqrt{1 - \varphi_i}} - \frac{\sqrt{\gamma_i} \epsilon_i}{\sqrt{1 - \varphi_i}}}{\sqrt{1 - \frac{\gamma_i}{1 - \varphi_i}}}.
 \end{aligned} \tag{4.75}$$

Gemäß (2.39) kann somit das erste Integral in (4.73) gelöst werden zu

$$\int_{-\infty}^{\bar{Y}(X)} n(\epsilon) N [\bar{\eta}(X, \epsilon)] d\epsilon = N_2 \left[\frac{-\hat{\mu}_i^C / \hat{\sigma}_i^C - \sqrt{\varphi_i} X}{\sqrt{1 - \varphi_i}}, \bar{Y}(X), \frac{\sqrt{\gamma_i}}{\sqrt{1 - \varphi_i}} \right]. \tag{4.76}$$

Zur Bestimmung des zweiten Integrals in (4.73) erfolgt zunächst eine Erweiterung um den Term $\exp \left(\frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2 \varphi_i - (\hat{\sigma}_i^C)^2 \gamma_i}{2} \right)$, sodass der Term geschrieben werden kann als

$$\begin{aligned}
 (**) &= \exp \left(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \sqrt{\varphi_i} X + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2} (1 - \varphi_i) \right) \\
 &\quad \cdot \int_{-\infty}^{\bar{Y}(X)} n(\epsilon - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{\gamma_i}) N \left[\bar{\eta}(X, \epsilon) - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i} \right] d\epsilon.
 \end{aligned} \tag{4.77}$$

Durch Substitution $t = \epsilon - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{\gamma_i}$ ergibt sich $dt = d\epsilon$ und damit

$$\begin{aligned}
 (**) &= \exp \left(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \sqrt{\varphi_i} X + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2} (1 - \varphi_i) \right) \\
 &\cdot \int_{-\infty}^{\bar{Y}(X) - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{\gamma_i}} n(t) N \left[\underbrace{\frac{-\hat{\mu}_i^C / \hat{\sigma}_i^C - \sqrt{\varphi_i} X - \sqrt{\gamma_i} (t + \sigma_i \sqrt{\gamma_i})}{\sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i}} - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i}}_{(***)} \right] dt.
 \end{aligned} \tag{4.78}$$

Analog zu (4.75) lässt sich (***) umformen in

$$(***) = \frac{-\mu_i^C / \sigma_i^C - \sqrt{\varphi_i} X - \sigma_i^C (1 + \gamma_i) - \sqrt{\gamma_i} t}{\sqrt{1 - \varphi_i - \gamma_i}} = \frac{\frac{-\mu_i^C / \sigma_i^C - \sqrt{\varphi_i} X - \sigma_i^C (1 + \gamma_i)}{\sqrt{1 - \varphi_i}} - \frac{\sqrt{\gamma_i} t}{\sqrt{1 - \varphi_i}}}{\sqrt{1 - \frac{\gamma_i}{1 - \varphi_i}}}. \tag{4.79}$$

Mit der gegebenen Schreibweise lässt sich das in Rede stehende Integral in (4.78) wiederum Lösen gemäß (2.39) zu

$$\begin{aligned}
 (**) &= \exp \left(\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \sqrt{\varphi_i} X + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2} (1 - \varphi_i) \right) \\
 &\cdot N_2 \left[\frac{-\mu_i^C / \sigma_i^C - \sqrt{\varphi_i} X - \sigma_i^C (1 + \varphi_i)}{\sqrt{1 - \varphi_i}}, \bar{Y}(X) - \sigma_i^C \sqrt{\varphi_i}, \frac{\sqrt{\gamma_i}}{\sqrt{1 - \varphi_i}} \right].
 \end{aligned} \tag{4.80}$$

In einem letzten Schritt ergibt sich damit der bedingte Verlust als Differenz aus (4.76) und (4.80) in der gesuchten Schreibweise

$$\begin{aligned}
 E[L_i|X] &= N_2 \left[\bar{Y}_i(X), \bar{p}_i(X), \frac{\sqrt{\gamma_i}}{\sqrt{1 - \varphi_i}} \right] - \exp \left[\hat{\mu}_i^C + \hat{\sigma}_i^C \cdot \sqrt{\varphi_i} \cdot X + \frac{(\hat{\sigma}_i^C)^2}{2} (1 - \varphi_i) \right] \\
 &\cdot N_2 \left[\bar{Y}_i(X) - \hat{\sigma}_i^C \cdot \sqrt{\gamma_i}, \bar{p}_i(X) - \hat{\sigma}_i^C \sqrt{1 - \varphi_i}, \frac{\sqrt{\gamma_i}}{\sqrt{1 - \varphi_i}} \right],
 \end{aligned} \tag{4.81}$$

5 Zusammenfassung und Ausblick

Gegenstand dieser Arbeit ist die Behandlung von Konzentrationsrisiken und deren Auswirkungen auf das Risiko von Kredit- und Sicherheitenportfolios. Hierzu werden gängige Modellierungsansätze vorgestellt und systematisch erweitert, um eine Berücksichtigung der verschiedenen Arten von Konzentrationsrisiken zu ermöglichen. Anhand einer Vielzahl an Simulationen wird die Risikosituation für unterschiedliche Szenarien gemessen und die Relevanz der verschiedenen Konzentrationsarten bewertet.

Ausgangspunkt stellen hierzu die in Kapitel 2 vorgestellten Faktor-Modelle dar, auf deren Basis alle weiteren Analysen durchgeführt werden. Als Spezialfall eines Faktor-Modells wird zusätzlich das ASRF-Modell präsentiert, für das unter Vorgabe gewisser vereinfachender Annahmen eine analytische Berechnungsformel herleitbar ist. Dieser Ansatz bildet auch die Basis der aufsichtsrechtlichen Mindestkapitalanforderungen, mittels der das zu bildende Eigenkapital eines Finanzinstitutes berechnet wird. Aufgrund der hohen Bedeutung der Mindestkapitalanforderungen wird diese als Vergleichsgröße im Rahmen der einzelnen Simulationen herangezogen, um anschaulich die Auswirkungen von Konzentrationsrisiken zu verdeutlichen. Ein Überblick der darüber hinaus geltenden Anforderungen, die für eine sachgerechte Berücksichtigung von Kreditrisiken zu erfüllen sind, wird zusätzlich in Kapitel 2.3 präsentiert.

Beginnend ab Kapitel 3 werden die Auswirkungen von Konzentrationsrisiken in Kreditportfolios analysiert. Da diese aufgrund ihrer Relevanz bereits seit Veröffentlichung von Basel II im Fokus der aufsichtsrechtlichen Vorgaben stehen, werden in Kapitel 3.2 zunächst die geltenden Regelungen vorgestellt. Anhand eines chronologischen Überblicks kann hierbei veranschaulicht werden, wie seit Ende der Finanzkrise die Regelungen systematisch verschärft werden, da augenscheinlich das ursprüngliche Regelwerk als nicht ausreichend erachtet wurde. Die Folgekapitel dienen der detaillierten Präsentation der einzelnen Konzentrationsarten. Für Adressenkonzentrationen wird anhand der Ergebnisse von Gürtler et al. (2008) verdeutlicht, dass unsystematische Risiken aus Adressenkonzentrationen bereits für vergleichsweise kleine Portfolios diversifizierbar sind und daher hinsichtlich ihrer Bedeutung nur als bedingt relevant beurteilt werden können. Dieses Ergebnis deckt sich mit Studien der Deutschen Bundesbank, die ebenfalls Adressenkonzentrationen nur

eine geringe risikoerhöhende Bedeutung zurechnen.²³⁰ Zusätzlich wird die Granularitätsanpassungsformel vorgestellt, die eine Erweiterung des ASRF-Modells darstellt und eine Berücksichtigung von Adressenkonzentration bei analytischer Berechnung ermöglicht.

Zur Messung von Sektorkonzentrationen werden zwei analytische Ansätze von Pykhtin (2004) und Céspedes et al. (2006) präsentiert, die Näherungslösungen des tatsächlichen Risikos liefern und im Vergleich zu Monte-Carlo-Simulationen deutlich schnellere Laufzeiten aufweisen. Um im Rahmen der durchzuführenden Simulationen eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit denen des Basel-Modells zu erzielen, wird vorweg gezeigt, auf welche Weise die erforderlichen Inputparameter hergeleitet werden können. Als entscheidend erweist sich hierbei die Bestimmung einer Intra-Korrelations-Formel, sodass sowohl der Effekt einer erhöhten Sektorkonzentration als auch einer erhöhten Sektordiversifikation im Vergleich zum Basel-Modell abgebildet werden kann. Nur auf diese Weise lassen sich sinnvoll die risikoerhöhenden Auswirkungen von möglichen Sektorkonzentrationen messen und im Rahmen einer adäquaten Risikovorsorge berücksichtigen. Anhand der durchgeführten Simulationen lassen sich verschiedene Fragen bzgl. der Behandlung von Sektorkonzentrationen beantworten. Zum einen verdeutlichen die Ergebnisse, dass bei Erhöhung von Sektorkonzentrationen innerhalb eines Kreditportfolios Risikozunahmen um bis zu ca. 30% eintreten. Dies zeigt die Notwendigkeit zur Berücksichtigung dieser Konzentrationsart auf, um systematische Risikounterschätzungen zu vermeiden. Weiter erfolgt im Rahmen der Simulationsstudie ein Vergleich zwischen den beiden Risikomaßen VaR und ES. Aufgrund gewisser bekannter methodischer Schwächen des VaR wird hierbei geprüft, ob sich diese in der praktischen Anwendung als problematisch erweisen und zu signifikanten Abweichungen gegenüber dem ES führen. Die Simulationsergebnisse fallen jedoch eindeutig aus und zeigen nur minimale Abweichungen, sodass geschlussfolgert werden kann, dass die theoretischen Probleme des VaR als unerheblich einzustufen sind. Aus diesem Grund werden für alle weiteren Simulationen folglich nur noch der VaR genutzt. Abschließend kann mittels der Ergebnisse ebenfalls eine hohe Modellgüte für die beiden genutzten analytischen Ansätze nachgewiesen werden. Für eine Vielzahl von unterschiedlich generierten Portfolios liegt der durchschnittliche Fehler bei maximal 3,4%.

Als dritte Konzentrationsart werden die Auswirkungen von Ansteckungseffekten bei Konzentrationen in verbundene Unternehmen untersucht. Hierzu werden die verwendeten Faktor-Modelle in der Form erweitert, dass für verbundene Unternehmen ebenfalls mittels unsystematischer Faktoren Abhängigkeiten modelliert werden können. Die Annahme der Unabhängigkeit der unsystematischen Faktoren muss folglich aufgegeben werden. Das Vorgehen orientiert sich dabei an der Sichtweise der Deutschen Bundesbank, die Ansteckungseffekte als Form von unsystematischen Risiken beschreibt. Bei der Modellierung

²³⁰Vgl. Deutsche Bundesbank (2006).

lässt sich weiter zwischen ein- und beidseitiger Abhängigkeit unterscheiden. Neben der simulativen Berechnung wird zusätzlich die Möglichkeit einer analytischen Berechnung des Risikos mittels der Multi-Faktor-Anpassung von Pykhtin vorgestellt. Anhand der Simulationsergebnisse lassen sich z.T. deutliche Risikozunahmen infolge erhöhter Konzentrationen in verbundene Unternehmen feststellen. Jedoch zeigt sich, dass in erster Linie für vergleichsweise kleine Portfolios diese Konzentrationsart als relevant einzustufen ist, da mit steigender Portfoliogröße der risikoerhöhende Effekt aufgrund von Diversifikation rasch abnimmt. Als eigentliches Hauptproblem, um eine sachgerechte Berücksichtigung überhaupt erst ermöglichen zu können, wird vielmehr die Identifizierung der in Rede stehenden Gruppen verbundener Unternehmen erachtet, da hierfür aus Sicht einer Bank Detailkenntnisse zu allen Kreditnehmern vorhanden sein müssen.

Kapitel 4 widmet sich der zusätzlichen Modellierung von Sicherheitenwerten im Rahmen der Kreditrisikomodellierung. Hierdurch sollen mögliche Konzentrationseffekte innerhalb von Sicherheitenportfolios, über die Banken üblicherweise verfügen, dargestellt werden. Im Rahmen eines Literaturüberblicks, der den Stand der Forschung bzgl. der Modellierung von Sicherheiten sowie aufgrund der inhaltlichen Verbundenheit von LGDs beschreibt, werden verschiedene empirische Effekte vorgestellt, die für die weiteren Untersuchungen als relevant beurteilt werden. Neben dem Downturn-Effekt, der Abhängigkeiten zwischen Kreditnehmern und Sicherheiten darstellt, wird insbesondere der sogenannte Fire-Sale-Effekt identifiziert, der als Ursache für das Auftreten eines massiven Preisverfalls von Sicherheiten innerhalb eines Segments aufgeführt werden kann. Zur Modellierung der Sicherheitenwerte lassen sich ebenfalls Faktor-Modelle nutzen. Hierzu existieren auch bereits geeignete Modelle, die ursprünglich zur Berücksichtigung des Downturn-Effekts konzipiert waren und sich hinsichtlich der Verteilungsannahmen der Sicherheitenwerte unterscheiden. Um mittels dieser ebenfalls sektorspezifische Einflussfaktoren abbilden zu können, sind diese zu Multi-Faktor-Modellen zu erweitern. Basierend auf den gewählten Modellierungsansätzen lassen sich wiederum zwei analytische Verfahren finden. Als große Einschränkung gilt jedoch für beide, dass jeweils für die Herleitung ein Ein-Faktor-Modell unterstellt wird. Um somit auch über einen analytischen Berechnungsansatz zu verfügen, der Sektorkonzentration bei Sicherheiten berücksichtigen kann, wird in Kapitel 4.2.3 ein eigener Berechnungsansatz vorgestellt. Die Arbeit endet mit Simulationsstudien, die für die verschiedenen Modellansätze die Auswirkungen von Adressenkonzentration sowie für Sektorkonzentrationen von Sicherheiten quantifiziert. Für die erstgenannte Konzentrationsart zeigt sich überraschenderweise, dass diese, wenn überhaupt, nur einen äußerst geringen Einfluss auf die Risikosituation eines Portfolios besitzt. Aufgrund der Berücksichtigung stochastischer Sicherheitenwerte lässt sich, unabhängig vom gewählten Modellansatz, ein starker Risikoanstieg beobachten, sodass mögliche unsystematische Risiken hierbei völlig untergehen. Mit zunehmender Sektorkonzentration lassen sich hingegen signifikante Risi-

koanstiege messen. Erwartungsgemäß besitzen dabei die Eigenschaften der unterstellten Verteilung sowie die Höhe der Korrelationen von Sicherheiten einen starken Einfluss auf die Risikoentwicklung. Interessanterweise lässt sich bzgl. des Downturn-Effekts nicht abschließend beurteilen, ob dieser bei zunehmender Sektorkonzentration einen verstärkenden risikoerhöhenden Einfluss besitzt. Dieser Zusammenhang ist in den durchgeführten Simulationen abhängig von der verwendeten Verteilung. Nur bei Modellierung des Verlustes als rechtsschiefe Verteilung wirkte der Downturn-Effekt risikoerhöhend in Verbindung zu den Auswirkungen von Sektorkonzentrationen.

Der letztgenannte und nicht hinreichend beantwortete Punkt bzgl. der Wirkungsweise des Downturn-Effekts bietet unmittelbar eine Anknüpfung an noch erforderlichen Forschungsbedarf in dem durch die vorliegende Arbeit behandeltem Themengebiet, der Auswirkung von Sicherheitenkonzentrationen. Aufgrund des Fehlens von Realdaten, insbesondere von Sicherheitenverwertungen, lassen sich nur Bandbreiten ableiten, in denen die Kreditrisiken von realen Portfolios zu erwarten sind. Als nächster Schritt bietet sich daher konsequenterweise eine Kalibrierung der genutzten Modelle mittels realer Daten an, um für tatsächliche Portfolios deren Risiken unter Berücksichtigung stochastischer Sicherheiten zu bestimmen. Bei hinreichend langen Zeitreihen lässt sich in diesem Zuge auch prüfen, welche der vorgestellten Verteilungsannahmen sich als am geeignetsten erweist. Auf diese Weise kann die Transparenz bzgl. der eingegangenen Risiken weiter erhöht werden, da die verwendeten Verteilungen einen starken Einfluss auf die Auswirkungen von Sicherheitenkonzentrationen besitzen. Als weiterer offener Punkt kann die Berücksichtigung von Ansteckungseffekten genannt werden. Auch wenn diese in Kapitel 4 explizit für Sachsicherheiten ausgeschlossen werden, sind solche Effekte für Personensicherheiten, wie z.B. Garantien und Bürgschaften, oder auch Kreditderivaten ohne Weiteres denkbar, da Sicherheitengeber aufgrund von Geschäftsbeziehungen eng miteinander verbunden sein können. Analog der Vorgehensweise aus Kapitel 3 sollten diese auch für Sicherheiten modelliert werden können. Die große Herausforderung besteht hierbei wiederum in der Identifizierung bestehender Abhängigkeiten zwischen Sicherheitengebern.

Literaturverzeichnis

- Acemoglu, D., Ozdaglar, A. & Tahbaz-Salehi, A. (2015). Systemic Risk and Stability in Financial Networks. *American Economic Review*, 105(2), 564–608.
- Acerbi, C., Nordio, C. & Sirtori, C. (2001). Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management. Working Paper.
- Acerbi, C. & Szekely, B. (2014). Back-testing Expected Shortfall. *Risk*, 27(12).
- Acerbi, C. & Tasche, D. (2002). On the Coherence of Expected Shortfall. *Journal of Banking and Finance*, 26(7), 1487–1503.
- Acharya, V., Bharath, S. T. & Srinivasan, A. (2007). Does Industry-Wide Distress Affect Defaulted Firms? Evidence from Creditor Recoveries. *Journal of Financial Economics*, 85(3), 787–821.
- Acharya, V. V., Hasan, I. & Saunders, A. (2006). Should Banks Be Diversified? Evidence from Individual Bank Loan Portfolios. *Journal of Business*, 79(3), 1355–1412.
- Albuquerque, R. & Schroth, E. (2015). The Value of Control and the Costs of Illiquidity. *Journal of Finance*, 70(4), 1405–1455.
- Altman, E. (2009). Default Recovery Rates and LGD in Credit Risk Modeling and Practice. New York University, Stern School of Business.
- Altman, E., Brady, B., Resti, A. & Sironi, A. (2005). The Link Between Default and Recovery Rates: Theory, Empirical Evidence and Implications. *Journal of Business*, 78(6), 2203–2228.
- Altman, E. & Kishore, V. M. (1996). Almost Everything You Wanted to Know about Recoveries on Defaulted Bonds. *Financial Analysts Journal*, 52(6), 57–64.
- Altman, E., Resti, A. & Sironi, A. (2001). Analyzing and Explaining Default Recovery Rates. ISDA research report.
- Amraoui, S. & Hitier, S. (2008). Optimal Stochastic Recovery for Base Correlation. BNP Paribas.
- Andersen, L. & Sidenius, J. (2005). Extensions of the Gaussian Copula: Random Recovery and Random Factor Loadings. *Journal of Credit Risk*, 1(1), 29–70.

- Andersen, S. & Nielsen, K. (2013). Fire Sales and House Prices: Evidence from Estate Sales due to Sudden Death. *Economic Seminar Series*, April.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M. & Doll, H. (1999). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203–228.
- Azizpour, S., Giesecke, K. & Schwenkler, G. (2014). Exploring the Sources of Default Clustering. Working Paper.
- Bade, B., Rösch, D. & Scheule, H. (2011). Default and Recovery Risk Dependencies in a Simple Credit Risk Model. *European Financial Management*, 17(1), 120–144.
- BaFin (2005). Mindestanforderungen an das Risikomanagement, Rundschreiben 18/2005.
- BaFin (2007). Mindestanforderungen an das Risikomanagement, Rundschreiben 5/2007.
- BaFin (2009). Mindestanforderungen an das Risikomanagement, Rundschreiben 15/2009.
- BaFin (2010). Mindestanforderungen an das Risikomanagement, Rundschreiben 11/2010.
- BaFin (2011). Umsetzung der CEBS-Großkreditleitlinie vom 11.12.2009 sowie weitere Auslegungsentscheidungen zu Großkreditvorschriften. Rundschreiben 8/2011.
- BaFin (2012). Mindestanforderungen an das Risikomanagement, Rundschreiben 10/2012.
- Bandyopadhyay, A. (2010). Understanding the Effect of Concentration Risk in the Banks Credit Portfolio: Indian Cases. Working Paper.
- Baur, D. (2012). Financial Contagion and the Real Economy. *Journal of Banking and Finance*, 36(10), 2680–2692.
- BCBS (1988). International Convergence of International Capital Standards. Basel.
- BCBS (2004a). Bank Failures in Mature Economics. Basel.
- BCBS (2004b). Internationale Konvergenz der Eigenkapitalmessung und der Eigenkapitalanforderungen. Basel.
- BCBS (2005). An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions. Basel.
- BCBS (2006a). Internationale Konvergenz der Eigenkapitalmessung und der Eigenkapitalanforderungen. Basel.
- BCBS (2006b). Studies on Credit Risk Concentration. Basel.
- BCBS (2009a). Enhancements to the Basel II Framework. Basel.
- BCBS (2009b). Revisions to the Basel II Market Risk Framework. Basel.
- BCBS (2010). Basel III: Ein globaler Regulierungsrahmen für widerstandsfähigere Banken und Bankensysteme. Basel.

- BCBS (2011). Messages From the Academic Literature on Risk Measurement for the Trading Book. Basel.
- BCBS (2013a). Charta des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht. Basel.
- BCBS (2013b). Principles for Effective Risk Data Aggregation and Risk Reporting. Basel.
- BCBS (2014). Fundamental Review of the Trading Book: A Revised Market Risk Framework. Basel.
- Beirne, J. & Fratzscher, M. (2013). The Pricing of Sovereign Risk and Contagion During the European Sovereign Debt Crisis. *Journal of International Money and Finance*, 34, 60–82.
- Benmelech, E. & Bergman, N. (2011). Bankruptcy and the Collateral Channel. *Journal of Finance*, 66(2), 337–378.
- Billingsley, P. (1995). *Probability and Measure*. Wiley.
- Black, F. & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654.
- Bluhm, C., Overbeck, L. & Wagner, C. (2010). *Introduction to Credit Risk Modeling*. CRC.
- Bonne, A. L. & Ivanov, V. (2012). Bankruptcy Spillover Effects on Strategic Alliance Partners. *Journal of Financial Economics*, 103(3), 551–569.
- Bonollo, M., Mercurio, F. & Mosconi, P. (2009). Basel II Second Pillar: An Analytical VaR with Contagion and Sectorial Risks. Working Paper.
- Bonti, G., Kalkbrenner, M., Lotz, C. & Stahl, G. (2006). Credit Risk Concentrations under Stress. *Journal of Credit Risk*, 2(3), 115–136.
- Böve, R., Düllmann, K. & A., P. (2010). Do Specialization Benefits Outweigh Concentration Risks in Credit Portfolios of German Banks? Discussion paper, No. 10.
- Brand, L. & Bahar, R. (2001). Corporate Defaults: Will Things Get Worse Before They Get Better? *Standard and Poor's Structured Finance*.
- Campbell, J., Giglio, S. & Pathak, P. (2011). Forced Sales and House Prices. *American Economic Review*, 101(5), 2108–2131.
- Carver, L. (2013). Mooted VAR Substitute Cannot Be Back-tested, Says Top Quant. *Risk*, 26(3).
- Castagna, A., F., M. & Mosconi, P. (2009). Analytical Credit VaR with Stochastic Probabilities of Default and Recoveries. Working Paper.
- CEBS (2009). Guidelines on the Implementation of the Revised Large Exposure Regime.

- CEBS (2010). Guidelines on the Management of Concentration Risk under the Supervisory Review Process.
- Céspedes, J., Herrero, J., Kreinin, A. & Rosen, D. (2006). A Simple Multi-Factor Factor Adjustment for the Treatment of Credit Capital Diversification. *Journal of Credit Risk*, 2(3), 57–85.
- Chakrabarty, B. & Zhang, G. (2012). Credit Contagion Channels: Market Microstructure Evidence from Lehman Brothers' Bankruptcy. *Financial Management*, 41(2), 320–343.
- Commerzbank (2015). Jahresabschluss und Lagebericht 2014. Frankfurt.
- Cont, R. (2001). Empirical Properties of Asset Returns. Stylized Facts and Statistical Issues. *Quantitative Finance*, 1(2), 223–236.
- Cousin, A., Dorobantu, D. & Rulliere, D. (2013). An Extension of Davis and Lo's Contagion Model. *Quantitative Finance*, 13(3), 407–430.
- Coval, J. & Stafford, E. (2007). Asset Fire Sales (and Purchases) in Equity Markets. *Journal of Financial Economics*, 86(2), 479–512.
- Das, S., Duffie, D., Kapadia, N. & Saita, L. (2007). Common Failings: How Corporate Defaults Are Correlated. *Journal of Finance*, 62(1), 93–118.
- Davis, M. & Lo, V. (2001). Infectious Defaults. *Quantitative Finance*, 1(4), 382–387.
- Deutsche Bank (2015). Jahresabschluss und Lagebericht 2014. Frankfurt.
- Deutsche Bundesbank (2006). Konzentrationsrisiken in Kreditportfolios. Monatsbericht, Frankfurt.
- Deutsche Bundesbank (2010). Finanzstabilitätsbericht 2010. Frankfurt.
- Deutsche Bundesbank (2011). Basel III- Leitfaden zu den neuen Eigenkapital und Liquiditätsregeln für Banken. Frankfurt.
- Deutsche Bundesbank (2013). Bankinterne Methoden zur Ermittlung und Sicherstellung der Risikotragfähigkeit und ihre bankaufsichtliche Bedeutung. Monatsbericht, Frankfurt.
- Dietsch, M. & Petey, J. (2011). Sector Concentration Risk in SME Credit Portfolios: A Multifactor Approach. Working Paper.
- DKB (2013). Jahresbericht. Berlin.
- Duffie, D., Eckner, A., Horel, G. & Saita, L. (2009). Frailty Correlated Default. *Journal of Finance*, 64(5), 2089–2123.
- Duffie, D. & Garleanu, N. (2001). Risk and Valuation of Collateralized Debt Obligations. *Financial Analysts Journal*, 57(1), 41–59.

- Duffie, D. & Singleton, K. J. (1999). Modeling Term Structures of Default Risky Bonds. *Review of Financial Studies*, 12(1), 687–720.
- Duffie, D. & Singleton, K. J. (2003). *Credit Risk Pricing, Measurement and Management*. Princeton University Press.
- Düllmann, K. (2006). Measuring Business Sector Concentration by an Infection Model. Deutsche Bundesbank Discussion Paper , No. 3.
- Düllmann, K., Küll, J. & Kunisch, M. (2008). Estimating Asset Correlations from Stock Prices or Default Rates - Which Method is Superior? Deutsche Bundesbank Discussion Paper, No.4.
- Düllmann, K. & Masschelein, N. (2007). A Tractable Model to Measure Sector Concentration Risk in Credit Portfolios. *Journal of Financial Services Research*, 32(1), 55–79.
- Düllmann, K. & Trapp, M. (2004). Systematic Risk in Recovery Rates: An Empirical Analysis of U.S. Corporate Credit Exposures. Deutsche Bundesbank Discussion Paper, No.2.
- Dumontaux, N. & Pop, A. (2013). Understanding the Market Reaction to Shockwaves: Evidence from the Failure of Lehman Brothers. *Journal of Financial Stability*, 3(9), 269–286.
- Dwyer, D., Kocagil, A. & Stein, R. (2004). Moodys KMV Riskcalc v3.1 Model. Moodys KMV Company.
- Ebert, S. & Lütkebohmert, C. (2011). Treatment of Double Default Effects within the Granularity Adjustment for Basel II. *Journal of Credit Risk*, 7(2), 1–31.
- Ebert, S. & Lütkebohmert, C. (2012). Failure of the Saddle-Point Method in the Presence of Double Defaults. *Journal of Risk*, 15(1), 71–89.
- Egloff, D., Leippold, M. & Vanini, P. (2007). A Simple Model of Credit Contagion. *Journal of Banking and Finance*, 31(8), 2475–2492.
- Embrechts, P. (2001). Extreme Value Theory: Potential and Limitations as an Integrated Risk Management Tool. Working Paper, ETH Zürich.
- Embrechts, P., Klüppelberg, C. & Mikosch, T. (1997). *Modelling Extremal Events*. Springer.
- Emmer, S. & Tasche, D. (2005). Calculating Credit Risk Capital Charges with the One-Factor Model. *Journal of Risk*, 7(2), 85–101.
- Europäische Union (2013a). Richtlinie 2013/36/EU des Europäischen Parlaments und des Rates vom 26. Juni 2013 über den Zugang zur Tätigkeit von Kreditinstituten und die

- Beaufsichtigung von Kreditinstituten und Wertpapierfirmen, zur Änderung der Richtlinie 2002/87/EG und zur Aufhebung der Richtlinien 2006/48/EG und 2006/49/EG. Brüssel.
- Europäische Union (2013b). Verordnung (EU) Nr. 575/2013 des Europäischen Parlaments und des Rates vom 26. Juni 2013 über Aufsichtsanforderungen an Kreditinstitute und Wertpapierfirmen und zur Änderung der Verordnung (EU) Nr. 646/2012. Brüssel.
- Fernando, C., May, A. & Megginson, W. (2012). The Value of Investment Banking Relationships: Evidence from the Collapse of Lehman Brothers. *Journal of Finance*, 67(1), 235–270.
- Franks, J., Servigny, A. & Davydenko, S. (2004). A Comparative Analysis of the Recovery Process and Recovery Rates for Private Companies in the U.K., France, and Germany. Standard and Poors Risk Solution.
- Frye, J. (2000a). Collateral Damage. *Risk*, 13(4), 91–94.
- Frye, J. (2000b). Depressing Recoveries. *Risk*, 13(11), 108–111.
- Frye, J. (2003). A False Sense of Security. *Risk*, 16(4), 63–67.
- FSB (2014). 2014 Update of List of Global Systemically Important Banks. Basel.
- Gagliardini, P., Gouriéroux, C. & Monfort, A. (2012). Microinformation, Nonlinear Filtering, and Granularity. *Journal of Financial Econometrics*, 10(1), 1–53.
- Giesecke, K. & Weber, S. (2004). Cyclical Correlations, Credit Contagion, and Portfolio Losses. *Journal of Banking and Finance*, 28(12), 3009–3036.
- Giesecke, K. & Weber, S. (2006). Credit Contagion and Aggregate Losses. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 30, 741–767.
- Glasserman, P. & Li, J. (2005). Importance Sampling for Portfolio Credit Risk. *Management Science*, 51, 1643–1656.
- Goodhart, C. & Schoenmaker, D. (1992). Institutional Separation Between Supervisory and Monetary Agencies. *Giornale degli Economisti e Annali di Economia*, 51(9), 353 – 439.
- Gordy, M. (2000). A Comparative Anatomy of Credit Risk Models. *Journal of Banking and Finance*, 24(1), 119–149.
- Gordy, M. (2003). A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules. *Journal of Financial Intermediation*, 12(1), 199–232.
- Gordy, M. (2004). Granularity Adjustment in Portfolio Credit Risk Measurement. In: *Risk Measures for the 21st Century*, Wiley, 109–121.
- Gordy, M. & Jones, D. (2002). Capital Allocation for Securitizations with Uncertainty in Loss Prioritization. Federal Reserve Board, December.

- Gordy, M. & Lütkebohmert, E. (2007). Granularity Adjustment for Basel II. Deutsche Bundesbank Discussion Paper, No. 1.
- Gordy, M. & Lütkebohmert, E. (2013). Granularity Adjustment for Regulatory Capital Assessment. *International Journal of Central Banking*, 9(3), 38–77.
- Gordy, M. & Marrone, J. (2012). Granularity Adjustment for Mark-to-Market Credit Risk Models. *Journal of Banking and Finance*, 36(7), 1896–1910.
- Gourieroux, C., Laurent, J. & O., S. (2000). Sensitivity Analysis of Values at Risk. *Journal of Empirical Finance*, 7(3-4), 225–245.
- Grundke, P. (2008). Regulatory Treatment of the Double Default Effect under the new Basel Accord: How Conservative is it? *Review of Managerial Science*, 2(1), 39–59.
- Grundmann, W. & Luderer, B. (2009). *Finanzmathematik, Versicherungsmathematik, Wertpapieranalyse*. Vieweg+Teubner Verlag.
- Günther, M. & Jüngel, A. (2003). *Finanzderivate mit Matlab*. Vieweg.
- Gupton, G., Finger, C. & Bhatia, M. (2007). CreditMetrics -Technical Document. The RiskMetrics Group, Inc.
- Gupton, G., Gates, D. & Carty, L. (2000). Bank Loan Loss Given Default. Moodys Special Comment, November.
- Gürtler, M. & Heithecker, D. (2006a). Modellkonsistente Bestimmung des LGD im IRB-Ansatz von Basel II. *Zeitschrift fuer betriebswirtschaftliche Forschung*, 58, 554–587.
- Gürtler, M. & Heithecker, D. (2006b). Systematic Credit Cycle Risk of Financial Collaterals: Modelling and Evidence. *Journal of Risk*, 9(1), 99–146.
- Gürtler, M., Heithecker, D. & Hibbeln, M. (2008). Concentration Risk under Pillar 2: When are Credit Portfolios Infinitely Fine Grained? *Kredit und Kapital*, 41, 79–124.
- Gürtler, M., Hibbeln, M. & Vöhringer, C. (2010). Measuring Concentration Risk for Regulatory Purposes. *Journal of Risk*, 12(3), 69–104.
- Heitfield, E., Burton, S. & Chomsisengphet, S. (2006). Systematic and Idiosyncratic Risk in Syndicated Loan Portfolios. *Journal of Credit Risk*, 2(3), 3–31.
- Heithecker, D. (2007). *Aufsichtsrechtliche Kreditportfoliomodelle: Eine modelltheoretische Analyse der Kreditrisikomessung unter Basel II*. dissertation.de.
- Heithecker, D. & Tschuschke, D. (2015). *Management von Modellrisiken*. Finanz Colloquium, Heidelberg.
- Hibbeln, M. (2010). *Risk Management in Credit Portfolios: Concentration Risk and Basel II*. Physica-Verlag.

- Hu, Y. & Perraudin, W. (2002). The Dependence of Recovery Rates and Defaults. Working Paper.
- Hull, J. & White, A. (2014). Hull and White and the Pros and Cons of the Expected Shortfall. *Risk*, 27(10).
- ING-DiBa (2013). Geschäftsbericht. Frankfurt.
- Ivashina, V. & Scharfstein, D. (2010). Bank Lending During the Financial Crisis of 2008. *Journal of Financial Economics*, 97, 319–338.
- Iyver, R. & Peydro, J.-L. (2010). Interbank Contagion at Work. Working Paper Series ECB, No. 1147.
- Jahn, N., Memmel, C. & A., P. (2013). Banks Concentration Versus Diversification in the Loan Portfolio: New Evidence from Germany. Discussion Paper, No. 53.
- Jarrow, R. & Turnbull, S. (1995). The Pricing and Hedging of Options on Financial Securities subject to Credit Risk. *Journal of Finance*, 50(1), 53–85.
- Jorion, P. & Zhang, G. (2009). Credit Contagion from Counterparty Risk. *Journal of Finance*, 64(5), 2053–2087.
- Krekel, M. (2008). Pricing Distressed CDOs with Base Correlation and Stochastic Recovery. Working Paper, UniCredit Markets & Investment Banking.
- Kuck, H. (2013). Die 100 grössten deutschen Kreditinstitute. *Die Bank*.
- Kühn, S. & Stegner, P., Eds. (2011). *Management von Risikokonzentrationen*. Finanz Colloquium, Heidelberg.
- Lando, D. (1998). On Cox Processes and Credit Risky Securities. *Review of Derivatives Research*, 2(1), 99–120.
- Lando, D. & Nielsen, M. (2010). Correlation in Corporate Defaults: Contagion or Conditional Independence. *Journal of Financial Intermediation*, 19(3), 355–372.
- Lee, Y. & Poon, S. H. (2014a). Credit Contagion Channel and its Consequences via the Standard Portfolio Credit Risk Model. *The Journal of Credit Risk*, 10(1), 33–62.
- Lee, Y. & Poon, S.-H. (2014b). Forecasting and Decomposition of Portfolio Credit Risk using Macroeconomic and Frailty Factors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 41(4), 69–92.
- Longstaff, F. A. (2010). The Subprime Credit Crisis and Contagion in Financial Markets. *Journal of Financial Economics*, 97, 436–450.
- Lopez, J. (2004). The Empirical Relationship between Average Asset Correlation, Firm Probability of Default, and Asset Size. *Journal of Financial Intermediation*, 13(2), 265–283.

- Lütkebohmert, E. (2009). *Concentration Risk in Credit Portfolios*. Springer.
- Madan, D. & Unal, H. (2000). A Two Factor Hazard Rate Model for Pricing Risky Debt and the Term Structure of Credit Spreads. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35(1), 43–54.
- Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business*, 36, 394–419.
- Marti, K. & Gröger, D. (2000). *Einführung in die lineare und nichtlineare Optimierung*. Pyhsica Verlag.
- Martin, R. & Wilde, T. (2002). Unsystematic Credit Risk. *Risk*, 15(11), 123–128.
- Merton, R. C. (1974). On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, 29(2), 449–470.
- Miemiec, A., Schuster, N. & Waechter, H. (2015). Expected Shortfall: Elicitability und Backtesting. *Der Risikomanager*, (8), 1–11.
- Müller, J. (2006). Interbank Credit Lines as a Channel of Contagion. *Journal of Financial Services Research*, 29(1), 37–60.
- Neu, P. & Kühn, R. (2004). Credit Risk Enhancement in a Network of Interpedendent Firms. *Physica*, 342, 639–655.
- Oh, Y.-H. (2007). Credit Concentration Risk : Extended Multi-Factor Adjustment IRB Model. Working Paper.
- Pulvino, T. (2002). Does a Asset Fire Sale Exist? An Empirical Investigation of Commercial Aircraft Transactions. *Journal of Finance*, 53(3), 939–978.
- Pykhtin, M. (2003). Unexpected Recovery Risk. *Risk*, 16(8), 74–78.
- Pykhtin, M. (2004). Multi-factor Adjustment. *Risk*, 17(3), 85–90.
- Pykhtin, M. & Dev, A. (2002). Analytical Approach to Credit Risk Modelling. *Risk*, 15(3), 26–32.
- Rau-Bredow, H. (2005). Unsystematic Credit Risk and Coherent Risk Measures. Working Paper.
- Rösch, D. & Winterfeldt, B. (2008). Estimating Credit Contagion in a Standard Factor Model. *Risk*, 21(8), 78–82.
- Saunders, A. (2008). *Credit Risk Measurement: New Approaches to Value-at-Risk and Other Paradigms*. Wiley.
- Schönbucher, P. J. (2000). Factor Models for Portfolio Credit Risk. Working Paper, Universität Bonn.

- Schönbucher, P. J. (2003). *Credit Derivatives Pricing Models: Models, Pricing, and Implementation*. Wiley.
- Schuermann, T. (2004). What Do We Know about Loss Given Default? In *Credit Risk: Models and Management*. Risk Books.
- Shleifer, A. & Vishny, R. W. (1992). Liquidation Values and Debt Capacity: A Market Equilibrium Approach. *Journal of Finance*, 47(4), 1343–1366.
- Shleifer, A. & Vishny, R. W. (2011). Fire Sales in Finance and Macroeconomics. *Journal of Economic Perspectives*, 25(1), 29–48.
- Singh, M. (2003). Recovery Rates from Distressed Debt Empirical Evidence from Chapter 11 Filings, International Litigation, and Recent Sovereign Debt Restructurings. Working Paper.
- Stulz, R. M. (2010). Credit Default Swaps and the Credit Crisis. *Journal of Economic Perspectives*, 24(1), 73–92.
- Tabak, B., Fazio, D. & Cajueiro, D. (2011). The Effect of Loan Portfolio Concentration on Brazilian Banks Return. *Journal of Banking and Finance*, 35(11), 3065–3076.
- Tasche, D. (2002). Expected Shortfall and Beyond. *Journal of Banking and Finance*, 26(5), 1519–1533.
- Tasche, D. (2004). Allocating Portfolio Economic Capital to Sub-Portfolios. In *Economic Capital*. Risk Books.
- Taylor, J. (2009). The Financial Crisis and the Policy Responses. NBER Working Paper Series No. 14631.
- Tornquist, P. (2004). Concentration Risks Remain High at European Banks. Standard & Poors.
- Turkmen, S. & Yigit, I. (2012). Diversification in Banking and its Effect on Banks Performance: Evidence from Turkey. *American International Journal of Contemporary Research*, 2(12).
- Upper, C. (2011). Simulation Method to Assess the Danger of Contagion in Interbank Markets. *Journal of Financial Stability*, 7(3), 111–125.
- Vasicek, O. (1987). Probability of Loss on Loan Portfolio. Working Paper, KMV Corporation.
- Weis, N. A. (2005). *A Course in Probability*. Addison-Wesley.
- Wilde, T. (1997). Credit+, A Credit Risk Management Framework. Credit Suisse First Boston International.
- Wilde, T. (2001). Probing Granularity. *Risk*, 14(8), 103–106.

- Woll, C. (2011). Wer rettet die Banken? Staatliche Nothilfen im Vergleich. Jahrbuch des Max Planck Institus für Gesellschaftsforschung, Köln.
- Yamai, Y. & Yoshioka, T. (2005). Value-at-Risk Versus Expected Shortfall: A Practical Perspective. *Journal of Banking and Finance*, 29(4), 997–1015.